



Universidad
Carlos III de Madrid

Departamento de Ingeniería Mecánica

PROYECTO FIN DE CARRERA

ANÁLISIS MEDIANTE
ELEMENTOS FINITOS / MATLAB
DE LA
INTERACCIÓN DINÁMICA
PANTÓGRAFO - CATENARIA

Autor: Héctor Borreguero Baños

Tutor: Julio Álvarez Rodríguez

Leganés, Septiembre de 2010

Título: Análisis mediante elementos finitos / Matlab de la interacción dinámica pantógrafo – catenaria.

Autor: Héctor Borreguero Baños.

Director: Julio Álvarez Rodríguez.

EL TRIBUNAL

Presidente: _____

Vocal: _____

Secretario: _____

Realizado el acto de defensa y lectura del Proyecto Fin de Carrera el día __ de _____ de 20__ en Leganés, en la Escuela Politécnica Superior de la Universidad Carlos III de Madrid, acuerda otorgarle la CALIFICACIÓN de

VOCAL

SECRETARIO

PRESIDENTE

Resumen

El aumento de la velocidad de circulación de los ferrocarriles incide de forma crítica en el comportamiento dinámico del sistema pantógrafo - catenaria, debido al notable incremento en el número y duración de los despegues por pérdidas de contacto. Este fenómeno afecta negativamente a la correcta captación de corriente, originando a su vez perturbaciones de carácter electromagnético e incrementando el desgaste de la línea aérea de contacto.

Los programas de simulación constituyen una herramienta esencial en la fase de diseño para garantizar un correcto comportamiento dinámico de estos sistemas. Estas simulaciones permiten optimizar líneas ya construidas y facilitar la elección de los pantógrafos más adecuados.

En este proyecto se presenta un programa informático sencillo y eficiente que permite analizar a nivel académico el comportamiento estático y dinámico de sistemas catenaria – pantógrafo. Estas aplicaciones se han desarrollado en MatLab®, basadas en el método de los elementos finitos (FEM) y hacen uso de elementos tipo viga pretensada con los que se tiene en cuenta el efecto que produce la tensión en los cables sobre su rigidez a flexión.

Abstract

The increased speed of movement of railways critically affects the dynamic behavior of the pantograph - catenary system, due to the significant increase in the number and duration of the detachments allowing contact losses. This phenomenon adversely affects the proper current collection, causing electromagnetic disturbances and increasing the wear of the overhead contact line.

The simulation programs are an essential tool in the design phase to ensure proper dynamic behavior of these systems. These simulations allow to optimize lines already built and facilitate the choice of most appropriate pantographs.

The aim of this project is to present a simple and efficient software that enables academically analyzed the static and dynamic behavior of catenary – pantograph systems. These applications are developed in MatLab ®, based on the finite element method (FEM) and uses standard elements with prestressed beam which takes into account the effect of stress on the cables on its bending stiffness.

Índice General

Índice de Figuras.....	xii
Índice de Tablas.....	xix
1 Introducción.....	1
2 Motivación y estructura del proyecto	4
3 Objetivos.....	7
4 Estado del arte.....	9
5 Catenaria: Descripción y características.....	12
5.1 Introducción.....	13
5.2 Hilo de contacto.....	14
5.3 Hilo sustentador.....	16
5.4 Péndolas.....	16
5.5 Sistemas de compensación.....	19
5.5.1 Introducción.....	19
5.5.2 Instalación.....	19
5.6 Aisladores de tensión.....	25
5.7 Características mecánicas de la catenaria.....	26
5.8 Características geométricas de diseño.....	27
5.8.1 Descentramiento del hilo de contacto.....	27
5.8.2 Distancia entre postes: Vano.....	29
5.8.3 Altura del hilo de contacto.....	29
5.9 Parámetros mecánicos de diseño.....	30
5.9.1 Flexibilidad y rigidez del hilo de contacto.....	31
5.9.2 Velocidad de propagación de las ondas.....	34
5.9.3 Factor Doppler.....	34
5.9.4 Coeficiente de Reflexión.....	35
5.9.5 Factor de Amplificación.....	35
5.9.6 Fenómenos de vibración: resonancia y velocidad crítica.....	36
5.10 Sistema de captación por tercer carril superior.....	37

6	Pantógrafo: Descripción, tipos y características.....	39
6.1	Evolución histórica del pantógrafo.....	40
6.1.1	Pantógrafo simétrico poligonal.....	40
6.1.2	Pantógrafo asimétrico.....	41
6.1.3	Pantógrafo poligonal de doble etapa.....	44
6.1.4	Pantógrafo asimétrico de doble etapa.....	45
6.2	Longitud de desarrollo.....	46
6.3	Materiales constructivos del pantógrafo.....	46
7	Estudio del contacto pantógrafo – catenaria.....	48
7.1	Fuerza de interacción pantógrafo – catenaria.....	50
7.1.1	Fuerza estática.....	50
7.1.2	Fuerza aerodinámica.....	52
7.1.3	Fuerza dinámica.....	56
7.1.3.1	Arco eléctrico.....	58
7.1.4	Fuerza media.....	60
7.1.5	Distribución del contacto.....	60
7.2	Captación de corriente a alta velocidad.....	61
7.2.1	Catenaria para alta velocidad.....	61
7.2.2	Pantógrafo de alta velocidad.....	63
7.2.2.1	Pantógrafo de control electrónico.....	63
7.2.3	Catenaria Re 250 y pantógrafo DSA 350.....	64
7.2.4	Comparativa de las pruebas de alta velocidad de SNCF (26/2/1981) DB (1/5/1988).....	66
8	Análisis estático y dinámico de la catenaria.....	68
8.1	Ecuación analítica de la curva catenaria.....	69
8.2	Estudio estático. Modelo matemático.....	72
8.2.1	Ecuaciones de equilibrio estático para un problema lineal.....	72
8.2.2	Necesidad del análisis no lineal.....	73
8.2.3	Ecuaciones incrementales de equilibrio estático para un problema no lineal.....	74
8.2.4	Métodos de resolución.....	75
8.2.4.1	Método de Newton-Raphson.....	75
8.2.4.2	Método de Newton-Raphson modificado.....	75
8.2.4.3	Algoritmo Hilber-Hughes-Taylor (HHT).....	76

8.2.5	Criterio de convergencia.....	77
8.3	Estudio de los elementos considerados. Funciones de forma.....	77
8.3.1	Elemento tipo barra (1D).....	79
8.3.2	Elemento tipo barra pretensada (2D).....	80
8.3.3	Elemento tipo cable (2D).....	81
8.3.4	Elemento tipo viga (2D).....	81
8.3.5	Elemento tipo viga pretensada (2D).....	82
8.3.6	Transformación al sistema de coordenadas globales.....	84
8.3.7	Conclusiones.....	84
8.4	Estudio dinámico. Modelo matemático.....	84
8.4.1	Consideraciones generales.....	84
8.4.2	Ecuaciones matriciales de la catenaria.....	84
8.5	Cálculo con Matlab de la flexibilidad de la catenaria.....	85
8.5.1	Implementación en Matlab del sistema estructural.....	87
8.5.2	Cálculo de la flexibilidad y homogeneidad.....	89
8.5.2.1	Catenaria CR160.....	90
8.5.2.2	Catenaria CR220.....	91
8.5.2.3	Catenaria Re250.....	92
8.5.3	Análisis de sensibilidad.....	92
8.5.3.1	Catenaria CR220 – Pantógrafo Schunk WBL 85-12.....	93
8.5.3.2	Catenaria genérica – Pantógrafo Schunk WBL 85-12.....	93
9	Modelo matemático del pantógrafo.....	95
9.1	Consideraciones iniciales.....	96
9.2	Representación matricial del pantógrafo.....	96
9.2.1	Variaciones del modelo de pantógrafo.....	98
10	Interacción pantógrafo – catenaria. Análisis dinámico durante la captación de corriente.....	100
10.1	Introducción.....	101
10.1.1	Pantógrafo sin masa.....	101
10.1.2	Distorsión de la línea de contacto cuando el pantógrafo se mueve a lo largo de ella.....	102
10.1.3	Amplificación dinámica de la excitación.....	103
10.2	Criterio de calidad del pantógrafo.....	103
10.3	Catenaria.....	104

10.4	Interacción pantógrafo – catenaria con Matlab.....	105
10.4.1	Ecuaciones de la interacción.....	106
10.4.1.1	Función de transferencia del pantógrafo.....	106
10.4.1.2	Desplazamiento dinámico de la catenaria.....	106
10.4.1.3	Fuerza de inercia del pantógrafo.....	106
10.4.1.4	Elevación de la catenaria.....	106
10.4.1.5	Fuerza sobre la catenaria.....	106
10.4.2	Resultados del cálculo.....	108
10.4.2.1	Simulación velocidad y vía Renfe convencional (pantógrafo AM 32 AV). Influencia de los factores de amplificación.....	110
10.4.2.2	Simulación velocidad alta y vía Renfe convencional (pantógrafo AM 32 AV).....	114
10.4.2.3	Simulación velocidad alta y vía Renfe convencional (pantógrafo Schunk WBL 85-12).....	116
10.4.2.4	Simulación alta velocidad y vía UIC (pantógrafo Faiveley GPU).....	118
10.5	Conclusiones.....	121
11	Análisis con Matlab del contacto pantógrafo – catenaria.....	123
11.1	Modelo matemático.....	125
11.1.1	Condiciones de contacto.....	125
11.1.1.1	Fuerza de contacto.....	125
11.1.1.2	Discretización del sistema.....	126
11.2	Acoplamiento del sistema.....	126
11.3	Algoritmo Hilber – Hughes – Taylor (HHT).....	130
11.4	Simulación de catenaria rígida.....	131
11.4.1	Comparación de resultados.....	134
11.4.2	Comportamiento del pantógrafo bajo catenaria rígida.....	136
11.4.2.1	1ª Simulación: Comparación del tamaño del elemento finito.....	137
11.4.2.2	2ª Simulación: Tramos largos.....	141
11.4.2.3	3ª Simulación: Influencia de la velocidad.....	143
11.4.2.4	Resumen de los resultados.....	147
11.5	Simulación de catenaria flexible.....	148
11.5.1	Comparación de resultados.....	150

11.5.1.1	Primera simulación.....	151
11.5.1.2	Segunda simulación.....	152
11.5.2	Comportamiento del pantógrafo bajo catenaria flexible.....	153
11.5.2.1	Catenaria CR160 – Pantógrafo AM 32 AV.....	153
11.5.2.2	Catenaria CR220 – Pantógrafo Schunk WBL 85-12.....	156
11.5.2.3	Catenaria AE350 – Pantógrafo Faiveley GPU.....	161
11.5.3	Análisis de sensibilidad, resultados y conclusiones.....	164
11.5.3.1	Catenaria CR160 – Pantógrafo AM 32 AV.....	164
11.5.3.2	Catenaria CR220 – Pantógrafo Schunk WBL 85-12.....	168
11.5.3.3	Catenaria genérica – Pantógrafo Schunk WBL 85-12.....	171
11.5.3.4	Catenaria CR160 – Pantógrafo genérico.....	172
11.5.3.5	Catenaria CR220 – Pantógrafo genérico.....	173
12	Conclusiones generales.....	177
12.1	Conclusiones: Catenaria rígida.....	178
12.2	Conclusiones: Catenaria flexible.....	179
12.3	Conclusiones generales.....	181
13	Trabajos futuros.....	184
14	Anexos.....	186
14.1	Catenarias Renfe/Adif.....	187
14.2	Programa Inter.m”.....	188
15	Glosario.....	192
16	Bibliografía y Referencias.....	194

Índice de Figuras.

Figura 5.1	Instalaciones eléctricas en la LAV Madrid – Valencia, ADIF [4].....	13
Figura 5.2	Elementos de la catenaria CR160 de RENFE [9].....	14
Figura 5.3	Secciones de hilo de contacto [8].....	15
Figura 5.4	Hendidura longitudinal del cable de contacto [10].....	15
Figura 5.5	Unión entre la péndola y el hilo de contacto [11].....	15
Figura 5.6	Esquema general de la péndola [8].....	17
Figura 5.7	Tipos de péndolas [8].....	17
Figura 5.8	Péndola en Y en la sujeción del hilo de contacto a la ménsula.....	17
Figura 5.9	Catenaria con péndola en Y, línea de los ferrocarriles DB, [4].....	18
Figura 5.10	Catenarias mayoritariamente empleadas [8], [13].....	18
Figura 5.11	Geometría del sustentador e hilo de contacto, en función de la temperatura.....	19
Figura 5.12	Falso sustentador [8].....	20
Figura 5.13	Polea de tensado en el poste número 1.....	21
Figura 5.14	Esquema resumen del proceso de tensado de la catenaria.....	21
Figura 5.15	Anclaje de los cables al suelo.....	22
Figura 5.16	Poste de catenaria CR160 de RENFE [9].....	22
Figura 5.17	Diversos postes de sustentación y compensación mecánica de la catenaria [8].....	22
Figura 5.18	Polea de compensación del sistema <i>TENSOREX</i> [®]	23
Figura 5.19	Sistema <i>TENSOREX</i> [®] [11].....	23
Figura 5.20	Compensación LAV [4].....	24
Figura 5.21	Diagrama de sólido rígido [2].....	24
Figura 5.22	Polea de compensación LAV [2].....	25
Figuras 5.23 y 5.24	Aisladores de sección RENFE, 3.000 Vcc.....	26
Figura 5.25	Esquema de aislador de tensión en catenaria CR160 de RENFE [9].....	26
Figura 5.26	Esquema en planta del hilo de contacto en zigzag.....	27
Figura 5.27	Descentramiento del hilo de contacto sobre la mesilla del pantógrafo [10].....	27
Figura 5.28	Descentramiento de la catenaria, tramo de vía única LAV [4].....	28
Figura 5.29	Alzado de la instalación; atirantado [2].....	28
Figura 5.30	Vano en curva y flecha transversal [8].....	29
Figuras 5.31 y 5.32	Elevación del hilo de contacto al paso del pantógrafo [2], [10].....	31

Figura 5.33	Gráfico de flexibilidad, catenaria con péndola en Y [2].....	32
Figura 5.34	Gráfico de flexibilidad, catenaria sencilla [2].....	32
Figuras 5.35, 5.36 y 5.37	Perfil de aluminio de catenaria rígida sustentando el cable de cobre [6]...	38
Figuras 5.38, 5.39	Soportes del perfil de la catenaria rígida. Metro de Madrid.....	38
Figura 6.1	Pantógrafo simétrico poligonal [2].....	40
Figura 6.2	Locomotoras serie 110 de la DB [4].....	40
Figura 6.3	Cabeza motriz del tren de alta velocidad ETR 500, FS [4].....	41
Figura 6.4	Componentes del pantógrafo asimétrico [2].....	42
Figura 6.5	Esquema pantógrafo [9].....	42
Figuras 6.6 y 6.7	Pantógrafo asimétrico de doble etapa y detalle del captador FD [36]...	44
Figuras 6.8 y 6.9	Elevación vertical del punto de unión Ménsula – Hilo de Contacto [36].....	44
Figura 6.10	Amplitud de la deformación del hilo de contacto [36].....	45
Figuras 6.11	Pantógrafo modelo AMDE en el TGV-PSE [38].....	45
Figura 6.12	Frotadores de carbono [39].....	47
Figura 6.13	Pruebas de contacto entre hilo de contacto y frotadores [39].....	47
Figura 7.1	Línea de alta tensión en el techo de un automotor TGV [37].....	49
Figura 7.2	Representación gráfica de la fuerza de contacto, $F_{media} = 0.000097 \cdot v^2 + 7$ daN, Matlab.....	50
Figura 7.3	F_{media} , Gráfica de la fuerza de la figura 6.2 correspondiente a [40].....	50
Figura 7.4	Fuerza estática en función del desarrollo y del movimiento ascendente o descendente del pantógrafo [25].....	51
Figura 7.5	Incremento de la fuerza de contacto en la pletina delantera.....	52
Figura 7.6	Detalle del deflector aerodinámico [41].....	52
Figura 7.7	Fuerza aerodinámica sobre el pantógrafo en función de la velocidad del aire [25].....	54
Figura 7.8	Sistema de medición de esfuerzos aerodinámicos [22].....	55
Figura 7.9	Sistema de medición de esfuerzos aerodinámicos sobre pantógrafo Schunk [42].....	55
Figura 7.10	Proceso de medida del esfuerzo aerodinámico [22], [23].....	55
Figura 7.11	Medición de esfuerzos en túnel de viento, pantógrafo AMDE doble etapa [36].....	55
Figura 7.12	Variación del esfuerzo aerodinámico en función de la velocidad. Pantógrafo AM 18 U [34].....	56
Figura 7.13 y 7.14	Posición de las células de carga en dos pantógrafos [22].....	57

Figura 7.15	Fuerzas medidas en la mesilla [22].....	57
Figura 7.16	Arco eléctrico en un tranvía producido por el ascenso del pantógrafo tras pasar bajo un puente en el que la altura del hilo de contacto ha descendido [4].....	58
Figura 7.17	Arco eléctrico en el tren auscultador de líneas de alta velocidad A-330 de ADIF [44].....	58
Figura 7.18	Arco eléctrico en locomotora 101 DB, aumento de los arcos con la velocidad $v_{III} > v_{II} > v_I$ [4].	59
Figuras 7.19 y 7.20	Arco eléctrico, tren TGV de Alstom. Imagen captada desde avión (izquierda) y desde el techo del vehículo (derecha) [45].....	59
Figura 7.21	Función de distribución de los puntos de contacto [46].....	60
Figura 7.22	Pantógrafo DSA 350 (ICE – V) [5].....	64
Figura 7.23	Tren ICE – V durante la obtención del récord de alta velocidad (400 km/h) bajo catenaria Re250 con péndola en Y [4].....	64
Figura 7.24	Fuerza de contacto en función de la velocidad, pantógrafo SBS65 y catenarias Re160, Re200 y Re 250 [27].....	65
Figura 7.25	Desviación estándar de la fuerza de contacto, catenaria Re 200 y Re 250, pantógrafo SBS65 y comportamiento esperado para el pantógrafo en desarrollo [27].....	65
Figura 7.26	Curva característica del pantógrafo DSA 350 [27].....	65
Figura 7.27	Elevación de la catenaria en función de la velocidad de circulación...	66
Figura 7.28	Factor Doppler y de Amplificación en función de la velocidad de circulación.....	66
Figura 8.1	Cable sometido a su propio peso.....	69
Figura 8.2	Diagrama de sólido libre.....	69
Figura 8.3	Cable articulado, ejes canónicos.....	70
Figura 8.4	Diferencial de cable ds	70
Figura 8.5	Elemento diferencial de cable.....	70
Figura 8.6	Elemento tipo barra, nodo inicial 1, nodo final 2.....	79
Figura 8.7	Elemento tipo barra pretensada, nodo inicial 1, nodo final 2.....	79
Figura 8.8	Elemento tipo barra pretensada, nodo inicial 1, nodo final 2.....	79
Figura 8.9	a) Deformada de la catenaria. Carga 10 daN.....	88
Figura 8.9	b) Deformada del hilo de contacto. Carga 10 daN.....	88
Figura 8.10	a) Deformada de la catenaria. Carga 1 daN.....	89
Figura 8.10	b) Deformada del hilo de contacto. Carga 1 daN.....	89
Figura 8.11	Deformada del hilo de contacto en el centro del vano, CR160.....	91

Figura 8.12	Deformada del hilo de contacto cerca del apoyo, CR160.....	91
Figura 8.13	Deformada del hilo de contacto en el centro del vano, CR220.....	91
Figura 8.14	Deformada del hilo de contacto cerca del apoyo, CR220.....	91
Figura 8.15	Deformada del hilo de contacto en el centro del vano, Re250.....	92
Figura 8.16	Deformada del hilo de contacto cerca del apoyo, Re250.....	92
Figura 9.1	Modelo de pantógrafo 3-D para análisis FEM [62].....	96
Figura 9.2	Modelo simplificado de tres masas, tres resortes y un amortiguador [2]...	97
Figura 9.3	Modelo simplificado de cuatro masas y cuatro resortes [46].....	99
Figura 10.1	Vano de catenaria CR 160.....	101
Figura 10.2	Esquema del pantógrafo modelado.....	104
Figura 10.3	Deformación del hilo de contacto (línea continua); posición estática (línea discontinua).....	105
Figura 10.4	Elevación del hilo de contacto en el apoyo, H_A en función de la velocidad.....	110
Figura 10.5	Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad (Matlab).	111
Figura 10.6	Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad (Excel).	111
Figura 10.7	Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad (Excel).	112
Figura 10.8	Fuerza en función de la velocidad en ambos casos.....	112
Figura 10.9	Elevación del hilo de contacto en el centro del vano, H_C , en función de la velocidad.....	113
Figura 10.10	Fuerza de contacto en el centro del vano, F_C , en función de la velocidad.	113
Figura 10.11	Fuerza de contacto en el centro del vano, F_C , en función de la velocidad (Excel).....	113
Figura 10.12	Elevación del hilo de contacto en el apoyo, H_A , en función de la velocidad.....	114
Figura 10.13	Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad.....	114
Figura 10.14	Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad (Excel).	115
Figura 10.15	Elevación del hilo de contacto en el centro del vano, H_C , en función de la velocidad.....	115
Figura 10.16	Fuerza de contacto en el centro del vano, F_C , en función de la velocidad	115
Figura 10.17	Fuerza de contacto en el punto C, F_C , en función de la velocidad (Excel).	116
Figura 10.18	Elevación del hilo de contacto en el apoyo, H_A , en función de la velocidad.....	116
Figura 10.19	Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad.....	116
Figura 10.20	Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad (Excel).	117
Figura 10.21	Elevación del hilo de contacto en el centro del vano, H_C , en función de la	

	velocidad.....	117
Figura 10.22	Fuerza de contacto en el centro del vano, F_C , en función de la velocidad.	117
Figura 10.23	Fuerza de contacto, punto C (Excel).....	118
Figura 10.24	Elevación del hilo de contacto en el apoyo, H_A , en función de la velocidad.....	118
Figura 10.25	Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad.....	118
Figura 10.26	Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad (Excel).	119
Figura 10.27	Elevación del hilo de contacto en el centro del vano, H_C , en función de la velocidad.....	119
Figura 10.28	Fuerza de contacto en el centro del vano, F_C , en función de la velocidad.	119
Figura 10.29	Fuerza de contacto, punto C (Excel).....	120
Figura 10.30	Representación gráfica de las cuatro curvas calculadas.....	122
Figura 11.1	Punto de contacto entre la mesilla y el hilo de contacto.....	125
Figura 11.2	Fuerza de contacto en cada sistema independiente. Acción y reacción...	125
Figura 11.3	Obtención gráfica de la matriz de rigidez del sistema acoplado [2]...	126
Figura 11.4	Modelo de pantógrafo.....	128
Figura 11.5	Discretización de la catenaria, numeración de los nodos [2].....	131
Figura 11.6	Discretización del pantógrafo, numeración de los nodos [2].....	131
Figura 11.7	Discretización genérica de la catenaria, numeración de los nodos.....	133
Figura 11.8	Discretización genérica del pantógrafo, numeración de los nodos.....	133
Figura 11.9	Fuerza de contacto frente al tiempo. Tras los primeros instantes la fuerza de contacto oscila alrededor de 10 daN (esfuerzo vertical aplicado por el pantógrafo). ferro49.m [2].....	135
Figura 11.10	Fuerza de contacto frente al tiempo, oscilación inicial alrededor de 10 daN. CATRIG.m.....	135
Figura 11.11	Comparación de las gráficas de fuerza obtenidas con ambos programas.....	135
Figura 11.12	Fuerza de contacto frente al tiempo, $l_{elemento\ finito} = 0,5\text{ m}$	137
Figura 11.13	Fuerza de contacto frente al tiempo, $l_{elemento\ finito} = 0,2\text{ m}$	138
Figura 11.14	Fuerza de contacto frente al tiempo, $l_{elemento\ finito} = 0,1\text{ m}$	138
Figura 11.15	Fuerza de contacto. Línea naranja: instante de paso por el centro del vano; línea morada: instante de paso por el punto de unión al soporte vertical.....	139
Figura 11.16	Tramo estudiado, posición de soportes y centro de cada tramo.....	140
Figura 11.17	Oscilación rápida de la fuerza al paso por el punto central del tramo 5, instante $\sim 1,62 - 1,67\text{ s}$	140

Figura 11.18	Caso 1.....	141
Figura 11.19	Caso 2 completo y detalle de la fuerza de contacto entre los segundos 5 y 6 de la simulación.....	142
Figura 11.20	Fuerza de contacto frente al tiempo: $v = 25 \text{ km/h}$, vano 90 m.....	143
Figura 11.21	Fuerza de contacto frente al tiempo: $v = 25 \text{ km/h}$, vano 150 m.....	144
Figura 11.22	Fuerza de contacto frente al tiempo: $v = 50 \text{ km/h}$, vano 140 m.....	144
Figura 11.23	Fuerza de contacto frente al tiempo: $v = 75 \text{ km/h}$, vano 60 m.....	145
Figura 11.24	Fuerza de contacto frente al tiempo: $v = 85 \text{ km/h}$, vano 100 m.....	145
Figura 11.25	Fuerza de contacto frente al tiempo: $v = 100 \text{ km/h}$, vano 90 m.....	146
Figura 11.26	Catenaria modelizada con ferro47.m [2].....	148
Figura 11.27	Catenaria modelizada con CATFLEX.m.....	148
Figura 11.28	Fuerza de contacto frente al tiempo. ferro47.m [2].....	151
Figura 11.29	Fuerza de contacto frente al tiempo. CATFLEX.m.....	151
Figura 11.30	Comparación de las gráficas de fuerza obtenidas con ambos programas.	151
Figura 11.31	Fuerza de contacto frente al tiempo. ferro47.m [2].....	152
Figura 11.32	Fuerza de contacto frente al tiempo. CATFLEX.m.....	152
Figura 11.33	Fuerza de contacto frente al tiempo: CR160 – AM 32 AV, simulación 1.	153
Figura 11.34	Fuerza de contacto frente al tiempo: CR160 – AM 32 AV, simulación 2.	154
Figura 11.35	Fuerza de contacto frente al tiempo: CR160 – AM 32 AV, simulación 3.	155
Figura 11.36	Fuerza de contacto frente al tiempo: CR220 – Schunk WBL 85-12, s. 1.	156
Figura 11.37	Fuerza de contacto frente al tiempo: CR220 – Schunk WBL 85-12, s. 2.	157
Figura 11.38	Fuerza de contacto frente al tiempo: CR220 – Schunk WBL 85-12, s. 3.	158
Figura 11.39	Fuerza de contacto frente al tiempo: CR220 – Schunk WBL 85-12, s. 4.	159
Figura 11.40	Fuerza de contacto frente al tiempo: CR220 – Schunk WBL 85-12, s. 5.	160
Figura 11.41	Fuerza de contacto frente al tiempo: AE350 – Faiveley GPU, s. 1.	161
Figura 11.42	Fuerza de contacto frente al tiempo: AE350 – Faiveley GPU, s. 2.	162
Figura 11.43	Fuerza de contacto frente al tiempo: AE350 – Faiveley GPU, s. 3.	163
Figura 11.44	Fuerza de contacto, simulaciones 2 y 3.....	163
Figura 11.45	Fuerza (daN) – Distancia (m) Cat. CR160 – Pant. AM 32 AV.....	164
Figura 11.46	Fuerza (daN)–Distancia (m) Cat. CR160 – Pant. AM 32 AV $\uparrow v \text{ (km/h)}$.	165
Figura 11.47	Sim. 4 y 6; Igual F_{est} , diferentes tensiones.....	166
Figura 11.48	Sim 4 y 7; Distinta F_{est} , mismas tensiones.....	166
Figura 11.49	Sim. 7 y 8; Igual F_{est} , diferentes tensiones.....	166
Figura 11.50	Sim. 6 y 8; Distinta F_{est} , mismas tensiones.....	166
Figura 11.51	Fuerza de contacto para velocidades $\leq 100 \text{ km/h}$; CR160 – Pant. AM 32 AV.....	167

Figura 11.52	Fuerza de contacto a 160 km/h, aumentando la tensión de los hilos...	168
Figura 11.53	Fuerza de contacto $\uparrow v$ (km/h), $F_{est} = 10$ daN.....	169
Figura 11.54	Fuerza de contacto a 180 km/h, $F_{est} = 10$ daN.....	169
Figura 11.55	Fuerza de contacto a 180 km/h disminuyendo la fuerza estática.....	170
Figura 11.56	Fuerza de contacto a 180 km/h, variando tensiones y fuerza estática....	170
Figura 11.57	Fuerza de contacto modificando los parámetros de la catenaria.....	171
Figura 11.58	Fuerza de contacto modificando los valores de rigidez del pantógrafo.	172
Figura 11.59	Fuerza de contacto modificando la masa de la mesilla.....	173
Figura 11.60	Fuerza de contacto modificando las tensiones de los hilos.....	174
Figura 11.61	Fuerza de contacto, simulación 6 ($t_{simulación} = 120$).....	174
Figura 11.62	Fuerza de contacto, influencia de la masa de los brazos.....	175
Figura 11.63	Fuerza de contacto, pantógrafo <i>original</i> , <i>ligero</i> y <i>pesado</i>	176

Índice de Tablas.

5.1	Datos tecnológicos de diferentes hilos de contacto [8, 10].....	15
5.2	Datos tecnológicos de diferentes hilos sustentadores [8, 10].....	16
5.3	Altura del hilo de contacto respecto al plano de la vía [1, 8, 13, 18].....	30
5.4	Pendiente máxima del hilo de contacto [8].....	30
5.5	Flexibilidad de diferentes catenarias [9, 28].....	33
5.6	Factor Doppler.....	34
5.7	Coeficiente de reflexión.....	35
5.8	Factor de amplificación.....	35
7.1	Fuerza aerodinámica [38].....	54
7.2	Características de catenarias de alta velocidad SNCF y DB [27].....	62
8.1	Elasticidad y homogeneidad de la catenaria CR160.....	90
8.2	Elasticidad y homogeneidad de la catenaria CR220.....	91
8.3	Elasticidad y homogeneidad de la catenaria Re250.....	92
8.4	Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.....	93
8.5	Homogeneidad y despegues producidos.....	93
8.6	Datos dinámicos de las cuatro simulaciones comparadas.....	93
8.7	Homogeneidad y despegues producidos.....	94
10.1	Catenarias empleadas en la simulación dinámica.....	108
10.2	Pantógrafos empleados en la simulación dinámica.....	109
10.3	Elevación del apoyo A en ambos casos.....	111
10.4	Fuerza de contacto en las cuatro simulaciones.....	121
10.5	Ecuaciones de las fuerzas.....	122
11.1	Comparación de masas del pantógrafo simulado.....	134
11.2	Datos de la simulación.....	134
11.3	Datos de la catenaria y el pantógrafo.....	136
11.4	Instantes de paso por los soportes y centro de cada tramo.....	139
11.5	Instantes de despegue y máximos de fuerza.....	140
11.6	Datos de las simulaciones.....	141
11.7	Datos de las simulaciones.....	143
11.8	Comparación de masas del pantógrafo simulado.....	150
11.9	Parámetros dinámicos de la simulación.....	151
11.10	Catenaria, primera simulación.....	151
11.11	Parámetros dinámicos de la simulación.....	152

11.12	Catenaria, segunda simulación.....	152
11.13	Pantógrafos.....	153
11.14	Instantes de paso por las péndolas.....	157
11.15	Instantes de paso por las péndolas.....	158
11.16	Instantes de paso por las péndolas.....	159
11.17	Instantes de paso por las péndolas.....	160
11.18	Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.....	164
11.19	Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.....	165
11.20	Datos dinámicos de las cuatro simulaciones comparadas.....	165
11.21	Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.....	167
11.22	Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.....	168
11.23	Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.....	169
11.24	Datos dinámicos de las dos simulaciones comparadas, $F_{est} = 10 \text{ daN}$	169
11.25	Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.....	170
11.26	Datos dinámicos de las cuatro simulaciones comparadas.....	171
11.27	Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.....	172
11.28	Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.....	173
11.29	Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.....	174
11.30	Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.....	175
11.31	Datos dinámicos de las dos simulaciones comparadas.....	175
12.1	Tabla resumen: influencia de la velocidad.....	179
12.2	Tabla resumen: influencia de las tensiones de los cables.....	179
12.3	Tabla resumen: influencia de las tensiones de los cables – fuerza estática.....	179
12.4	Tabla resumen: influencia de las tensiones de los cables – nº despegues.....	180
12.5	Tabla resumen: influencia de la sección del hilo de contacto.....	180

CAPÍTULO 1.
INTRODUCCIÓN.

La tracción eléctrica ferroviaria se inicia en la Feria Comercial de Berlín, año 1879, en la que Werner Von Siemens presenta un pequeño tractor eléctrico alimentado con corriente continua a 150V, capaz de circular a 6,5 km/h [1]. Este hecho marca el comienzo de la revolución electromecánica que, seguida de la revolución de la electrónica de potencia desde el año 1960 y la introducción de los motores de corriente alterna trifásica, ha llevado a la tracción eléctrica hasta nuestros días. Sin embargo, los avances conseguidos no hubiesen sido posibles sin el desarrollo, evolución e innovación ingenieril del *pantógrafo* y la *catenaria*, elementos fundamentales a la hora alimentar los ferrocarriles eléctricos.

Se denominan *ferrocarriles de tracción eléctrica* aquellos que toman la electricidad de elementos exteriores a la propia unidad motriz. De esta forma, no se incluyen los ferrocarriles diesel – eléctricos o los que son capaces de generar electricidad dentro del propio vehículo. La definición de tracción eléctrica que mejor se adapta al entorno ferroviario es: “sistema técnico que, aportando la potencia necesaria, consigue el transporte de las cargas solicitadas a la velocidad deseada, con total seguridad, máximo de eficiencia energética, mínimos costes de explotación y con respeto al medio ambiente” [2].

Desde los comienzos de la electrificación, las administraciones ferroviarias que optaron por alimentar sus ferrocarriles por toma de contacto aérea (frente a sistemas de captación por tercer carril) se vieron en la necesidad de dotar a las unidades motrices de un sistema mecánico de alimentación, denominado *pantógrafo*. Éstos, situados en el techo de las locomotoras, toman del hilo de contacto la corriente eléctrica necesaria, tanto en reposo como en circulación. Los pantógrafos han de ser capaces de seguir al hilo de contacto, suspendido de la catenaria, y todas las variaciones de altura del plano de contacto. Los elementos de la instalación fija de toma de corriente se engloban bajo el término *catenaria*.

La catenaria desempeña en el ámbito ferroviario una doble función:

- Desde el punto de vista eléctrico, constituye una línea de transporte de energía desde las subestaciones hasta los vehículos motores. En este sentido son determinantes la tensión y frecuencia de la corriente y la sección conductora.
- Desde el punto de vista mecánico, debe asegurar el guiado y contacto permanente con el pantógrafo. Para ello, ha de disponer unas características geométricas determinadas, sometiendo a una tensión adecuada a los cables que conforman la instalación.

La catenaria debe diseñarse de tal forma que cuando el tren contacte con ella a través del pantógrafo, los movimientos sean mínimos para garantizar un contacto permanente, evitando las desconexiones entre ambos elementos.

La elección de este tipo de tracción en el dominio de la alta velocidad, en pleno desarrollo hoy en día, hace que asuma capital importancia el proceso de captación de corriente y la dinámica asociada al mismo.

El reto actual consiste en elevar la velocidad de circulación al tiempo que se optimiza el contacto pantógrafo – catenaria, ya que al igual que el contacto rueda – carril, es crítico para permitir unas condiciones de estabilidad y seguridad aceptables. Asegurar un contacto continuo, o prácticamente sin despegues entre los frotadores y el hilo de contacto, es imprescindible para aumentar la velocidad comercial de circulación.

Por tanto, debido a la importancia actual de la captación de corriente eléctrica, se hace necesario un estudio en detalle de los elementos que componen la instalación catenaria y del pantógrafo, al igual que la interacción dinámica entre ambos componentes. Debido al coste añadido a pruebas o simulaciones reales en trenes en servicio, el estudio y desarrollo hoy en día se realiza con programas de cálculo por elementos finitos, capaces de generar la geometría de la catenaria y el pantógrafo y simular la interacción dinámica entre ambos.

Este proyecto presenta las ecuaciones que rigen la dinámica del sistema, teniendo en cuenta las diferentes formas de modelado del pantógrafo y del hilo de contacto. Los programas informáticos de Matlab incluidos, modificados o realizados expresamente, permiten variar los parámetros más importantes que intervienen en la interacción, para comprobar y analizar de forma académica el comportamiento. Éstos programas se desarrollan en base a las ecuaciones matriciales de ingeniería estructural [30], considerando un análisis dinámico de los elementos modelados. Las características principales del contacto pantógrafo – catenaria, así como la incidencia en el mismo de los parámetros tratados en los diferentes capítulos del proyecto serán comprobados en las simulaciones de contacto, verificando de esta forma los programas desarrollados.

CAPÍTULO 2.
MOTIVACIÓN Y
ESTRUCTURA DEL PROYECTO

2.1 MOTIVACIÓN.

La elección del estudio de la dinámica pantógrafo – catenaria responde al elevado impulso que tiene hoy en día la alta velocidad, siempre con tracción eléctrica, en el que un contacto adecuado es imprescindible para garantizar la seguridad.

La circulación a altas velocidades se ve comprometida por diferentes efectos dinámicos de contacto, entre los que se encuentran:

- Dinámica rueda – carril: compleja en su estudio y origen de problemas como la fatiga RCF (Rolling Contact Fatigue). puede ser analizada por programas comerciales como el ADAMS Rail o Vampire. Depende de las cualidades de los aceros empleados en rueda y carril, y el fallo de alguno de los elementos es catastrófico a efectos económicos y de vidas humanas a alta velocidad.
- Estabilidad de la vía: tanto en el empleo de vía en placa como vía con balasto, es imprescindible una adecuada estabilidad para soportar los esfuerzos dinámicos inducidos a alta velocidad. Problemas asociados a efectos aerodinámicos, como el vuelo del balasto, hacen que hoy en día esté en pleno debate la conveniencia del uso de vía en placa o con balasto para circulaciones a alta velocidad.
- Contacto pantógrafo – catenaria: a velocidades superiores a 300 km/h la amplificación dinámica y aerodinámica condiciona el contacto entre ambos elementos, produciendo despegues y arcos eléctricos que, si bien son momentáneos, pueden comprometer la seguridad si los elementos del techo del vehículo no se encuentran aislados correctamente.

Por este motivo, aunque un contacto inadecuado no comprometa la seguridad (difícilmente podría producir un descarrilamiento), no hay que olvidar que la tracción de los motores depende exclusivamente de la corriente eléctrica captada por el pantógrafo. Un incorrecto reglaje estático, una fuerza de contacto excesiva o el mal estado de la catenaria o el pantógrafo podría producir impactos o enganches entre ambos que, a alta velocidad, produciría daños de coste elevado, tanto económico como en tiempo que la línea habría de quedar sin servicio.

Por tanto, debido a la importancia del contacto pantógrafo – catenaria, se lleva a cabo un estudio de ambos elementos y de su interacción, presentando ésta mediante aplicaciones en Matlab que permiten simular el contacto y modificar los parámetros básicos del mismo para poder analizar su influencia.

2.2 ESTRUCTURA DEL DOCUMENTO.

Se aborda inicialmente un análisis descriptivo de los elementos de la instalación catenaria que intervienen en el proceso de captación de corriente, así como las principales características geométricas, mecánicas y de diseño del hilo de contacto y de la catenaria rígida (capítulo 5). Se describe de forma análoga el pantógrafo ferroviario, desde el punto de vista mecánico y funcional (capítulo 6).

El estudio de la interacción dinámica se realiza en primer lugar de forma descriptiva y cualitativa, analizando las diferentes componentes de la fuerza de contacto

que intervienen en el proceso y su incidencia en el mismo (capítulo 7). También se incluyen en este capítulo las principales características para poder captar corriente a alta velocidad.

El capítulo 8 presenta el estudio estático y dinámico de la catenaria, los modelos estructurales para su representación y el cálculo de la elasticidad mediante elementos finitos / Matlab.

Una vez vista la catenaria se estudia el modelado de los pantógrafos y las ecuaciones matriciales necesarias para definir su comportamiento y posterior acoplamiento dinámico (capítulo 9).

El capítulo 10 analiza el contacto dinámico descrito en el capítulo 6, mediante la incorporación en Matlab de las ecuaciones de contacto que permiten hallar la ecuación y la gráfica “Fuerza – Velocidad” que el pantógrafo ejerce sobre la catenaria.

En el capítulo 11 se estudia en profundidad la interacción dinámica del pantógrafo con catenarias rígidas y flexibles, analizando en primer lugar los programas desarrollados en Matlab para simular dicho contacto. Se estudia en primer lugar la catenaria rígida y posteriormente la catenaria flexible, modificando los diferentes parámetros involucrados para comprobar su influencia en la correcta captación de corriente.

El capítulo 12 recoge las conclusiones principales del proyecto y las líneas futuras de investigación y trabajo.

CAPÍTULO 3.
OBJETIVOS.

El principal objetivo que se persigue con este proyecto es el estudio del contacto entre el pantógrafo y la catenaria, desde el punto de vista dinámico, y de la simulación mediante elementos finitos / Matlab.

El estudio mediante elementos finitos FEM (Finite Element Method) permite variar la complejidad del diseño modelado. De esta forma, pueden considerarse tramos de catenaria formados por uno o más vanos, la superposición entre ambos, los sistemas de compensación, el uso de uno o dos hilos de contacto y el descentramiento del mismo sobre el eje de la vía. Para realizar un análisis lo más real posible resultaría óptimo modelar fielmente la instalación, incluyendo la geometría de la vía, irregularidades y teniendo en cuenta los factores aerodinámicos, como corrientes transversales de aire, que puedan afectar al contacto. Ante la imposibilidad de esta simulación, se recurre a recrear tramos sencillos, bajo hipótesis conservadoras que permitan tener en cuenta los factores externos al sistema.

En base a la normativa y bibliografía empleada durante el desarrollo del proyecto se ha verificado el comportamiento del pantógrafo bajo la catenaria, analizando la influencia de diversos parámetros dinámicos y mecánicos como pueden ser la velocidad de circulación, la tensión de los hilos que conforman la catenaria, etc.

Los principales objetivos se resumen a continuación:

- Estudio de la interacción entre el pantógrafo y la catenaria y la fuerza de interacción entre ambos.
- Generar la ecuación de la fuerza de contacto y la gráfica “fuerza – velocidad” en función de las características del sistema.
- Simular la circulación de un pantógrafo bajo diversos tramos de catenaria, analizando la influencia de los parámetros mecánicos y dinámicos en la calidad de captación de corriente.
- Estudio estático de la catenaria (flexibilidad y homogeneidad).

Previo al estudio de la dinámica de la interacción del pantógrafo con la catenaria, es necesario abordar cada uno de estos elementos por separado, realizando un estudio preciso que permita la mejor comprensión de la interacción entre ambos. De esta forma, se analizan los diferentes modelos de pantógrafos desarrollados y empleados hasta la actualidad, indicando la influencia en la correcta captación de corriente. Asociados a ellos se han estudiado las diferentes normas técnicas empleadas en RENFE para la homologación de los pantógrafos [22 - 25], ya que determinan las condiciones que han de cumplir para poder circular en condiciones de seguridad. Respecto a la catenaria, se han estudiado los diferentes modelos empleados hoy en día así como los parámetros mecánicos que resultan críticos durante su montaje y funcionamiento, tales como secciones, tensiones en los hilos o velocidades de resonancia.

Por tanto, para la consecución de los objetivos principales ha sido necesario:

- Análisis de la catenaria y el pantógrafo como elementos individuales.
- Estudio de la normativa de seguridad y homologación de pantógrafos.

CAPÍTULO 4.
ESTADO DEL ARTE.

El problema del contacto dinámico entre el pantógrafo y la catenaria ha evolucionado paralelamente al aumento de la velocidad de circulación. Dado que la tracción eléctrica ferroviaria ha sido clave en el aumento de la velocidad comercial de circulación, la correcta captación de corriente se ha planteado como un problema clave a abordar para el posterior desarrollo de la alta velocidad [1, 2, 8, 18].

Desde mediados de los años 60 y 70 del siglo pasado, previo al desarrollo de los programas informáticos empleados hoy en día, las pruebas de captación de corriente a alta velocidad resultaban imprescindibles para el estudio del contacto pantógrafo – catenaria, introduciendo nuevos modelos y desarrollos de pantógrafos y modificando los parámetros dinámicos de la catenaria. La administración ferroviaria francesa SNCF [36, 37], introdujo nuevos modelos de pantógrafo, combinando pantógrafos simétricos, asimétricos y de doble etapa (modelos FD, AMDE) que fueron probados durante el desarrollo del tren TGV de alta velocidad. De esta forma, también empleando túneles de viento, se mejoraban las prestaciones de los pantógrafos para circular con seguridad a mayor velocidad.

En Alemania, desde el año 1980, se plantea el desarrollo de una nueva red de alta velocidad, lo que propicia la investigación asociada a pantógrafos y catenarias capaces de soportar velocidades de 400 km/h [14, 27, 28]. Las pruebas llevadas a cabo y el intento de superar a la administración SNCF, que en aquellos años desarrollaba su propia red de alta velocidad, concluyó con la catenaria Siemens Re250 y los pantógrafos Stemmann – Technik DSA 350, empleados hoy en día en líneas y unidades de tren modernas.

Una vez implantados los programas informáticos de elementos finitos (Ansys, Matlab, etc.), han sido las propias administraciones ferroviarias y empresas privadas las que han desarrollado programas de simulación de contacto dinámico [33]. Si bien el planteamiento matemático matricial es el mismo en todos los casos (ver capítulos 6, 8 y 10), los programas desarrollados en cada institución permiten el estudio de casos concretos de contacto, siendo costoso aumentar la potencia de cálculo de los programas para reproducir fielmente el contacto dinámico. De esta forma, las empresas constructoras e instaladoras de catenaria (Alstom, Electrén [73]), así como administraciones ferroviarias (ADIF, SNCF, DB), desarrollan programas y aplicaciones que permitan simular y predecir el comportamiento de las catenarias y pantógrafos en uso, o bien de los desarrollos en proyecto. Debido al alto coste que supone el probar nuevos pantógrafos y catenarias en fase de proyecto, se simulan éstos para optimizar su desarrollo y posterior uso.

Cabe destacar también la actividad desarrollada por universidades y grupos de investigación asociados (Universidad Politécnica de Madrid [57], Universidad Pontificia Comillas (ICAI) [59, 64], Escuela Politécnica de Milán [72], Centro de Investigación de DB [21, 28, 33], CEDEX [54]), que permiten mejorar los programas existentes o introducir nuevas aplicaciones en los mismos en forma de paquetes informáticos.

Es importante señalar que la captación de corriente depende de múltiples factores que no pueden implementarse durante la simulación, al menos con un coste no prohibitivo, por lo que han de realizarse diversas hipótesis conservadores que facilitan el cálculo. Por otro lado, debido a la diversidad de modelos de catenarias y pantógrafos existentes, se desarrollan programas que permiten simular diferentes modelos y condiciones de contacto, en función del tipo de línea (alta / baja velocidad) o el tráfico explotado (cercanías, mercancías, etc.).

La ausencia de paquetes informáticos comerciales específicos para el estudio del contacto pantógrafo – catenaria, al contrario del estudio rueda – carril, hace necesaria la programación y modificación de aplicaciones específicas para este proyecto. La simulación y verificación durante el diseño de pantógrafos se lleva a cabo dentro de cada empresa con las aplicaciones informáticas propias de cada una de ellas. Del mismo modo, las empresas y centros de investigación encargados del montaje y mantenimiento de la catenaria, al igual que ADIF, poseen potentes programas que permiten modelar el sistema eléctrico de contacto.

CAPÍTULO 5.
CATENARIA: DESCRIPCIÓN Y
CARACTERÍSTICAS.

5.1 INTRODUCCIÓN.

En el contexto de la Ingeniería Ferroviaria se emplea el término *catenaria* para referirse al sistema aéreo de captación de corriente eléctrica. Bajo este término se engloban todos los componentes que hacen posible la toma de contacto eléctrico entre el pantógrafo del ferrocarril y el hilo conductor del sistema. Por tanto, expresa el conjunto de los elementos que constituyen la línea aérea que ha de mantener contacto con el pantógrafo, tanto de naturaleza mecánica como eléctrica [2].

El sistema de captación catenaria es el empleado en todas las líneas eléctricas convencionales, excluyendo aquellas que por sus características constructivas instalan otros sistemas de captación.



Imagen 5.1: Instalaciones eléctricas en la LAV Madrid – Valencia, ADIF [4].

Los principales elementos que componen este complejo sistema se citan a continuación:

- Hilo de Contacto.
- Hilo Sustentador.
- Péndolas.
- Ménsulas.
- Sistemas de Compensación.
- Aisladores.
- Feeder de acompañamiento.
- Descargadores de Antenas.

Breve descripción de la instalación [1, 2]:

La *catenaria* está formada por uno o dos hilos de contacto que es necesario colocar sobre los carriles para que el tren pueda captar la corriente, así como por todos los elementos necesarios para poder situar dichos hilos conductores en una posición sensiblemente paralela a la vía.

Para facilitar la captación de corriente, es necesario que el hilo conductor se encuentre en posición paralela al plano de rodadura. Para evitar que los hilos conductores formen una curva debido a su propio peso, se sujetan mediante un cable superior denominado sustentador. El hilo sustentador también es conductor, pero **no** está en contacto con el captador del tren, y en consecuencia, no tiene por que mantenerse paralelo al suelo. El cable sustentador sujeta al conductor por medio de otros cables situados verticalmente que se denominan péndolas. Por tanto, la electricidad se transmite por el hilo

de contacto, el hilo sustentador y las péndolas. El conjunto de la catenaria está eléctricamente aislado y sustentado por ménsulas fijadas a postes o pórticos cuyo vano se sitúa entre 60 – 70 metros, en función del tipo de catenaria de que se trate. Cada poste dispone de una ménsula de la cual se sujeta el hilo sustentador, muchas veces por medio de montajes especiales que tratan de mantener lo más parecida posible la rigidez vertical del hilo conductor.



Figura 5.2: Elementos de la catenaria CR160 de RENFE [9].

5.2 HILO DE CONTACTO.

El hilo de contacto es el único cable de la instalación en contacto con el pantógrafo, de forma que de él dependerá la correcta captación de corriente. La instalación puede disponer de uno o dos hilos de contacto, paralelos y soportados por el mismo sustentador, dependiendo de la potencia requerida por los vehículos que circularán en la línea y la tensión de la propia línea.

Las electrificaciones a 1.500 y 3.000 Vcc suelen incorporar dos hilos de contacto en las líneas principales y solo uno en ramales o líneas de poco tráfico. Las electrificaciones en corriente alterna monofásica (Vca) solo poseen un hilo de contacto, ya que las pérdidas de potencia son menores [8].

El principal material empleado para la fabricación de los cables de contacto es el cobre, que puede ser aleado con magnesio, plata u otros metales dependiendo de las características eléctricas, de velocidad y de tensión requeridas en la línea. Las secciones utilizadas para los hilos de contacto son 170, 150, 110, 107, 100 y 80 mm².

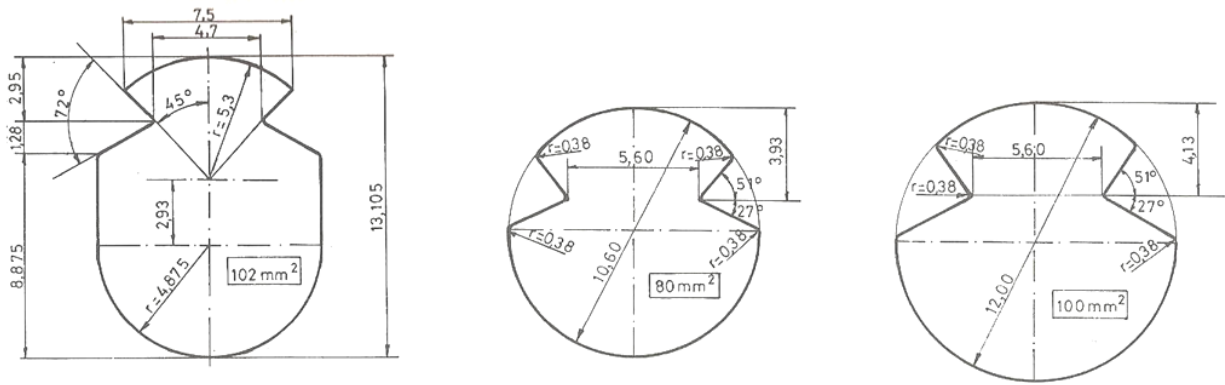


Figura 5.3: Secciones de hilo de contacto [8].

Como se observa en la imagen anterior, los hilos de contacto no tienen sección cilíndrica: la hendidura superior favorece la unión entre el hilo y las péndolas, mediante los elementos denominados *grifas*. Las grifas enganchan el hilo por su parte superior achaflanada, asegurando una correcta posición y estabilidad.

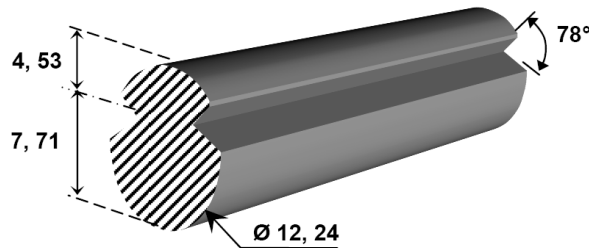


Figura 5.4: Hendidura longitudinal del cable de contacto [10].

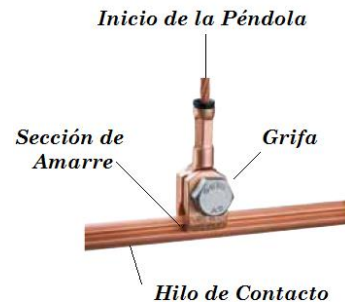


Imagen 5.5: Unión entre la péndola y el hilo de contacto [11].

El hilo de contacto ha de poseer unas características eléctricas y mecánicas que lo hagan apto para el contacto con el pantógrafo. Estas características mecánicas, como la tensión en hilo o su flexibilidad influyen de forma decisiva en la dinámica del contacto, y serán tratadas en apartado posteriores.

El hilo de contacto debe estar preparado para aproximadamente 2.000.000 de pasadas de pantógrafo [12].

	3000 Vcc		25 kVca	
Velocidad	160 km/h	220 km/h	250 – 300 km/h	350 km/h
Material	Cu	Cu – Ag	Cu – Ag	Cu – Mg
Sección	$2 * 107\text{mm}^2$	$2 * 150\text{mm}^2$	$1 * 120\text{mm}^2$	$1 * 150\text{mm}^2$

Tabla 5.1: Datos tecnológicos de diferentes hilos de contacto [8, 10].

5.3 HILO SUSTENTADOR.

El hilo sustentador es el encargado de soportar los hilos de contacto, ya que éstos cuelgan del hilo sustentador a través de las péndolas [8]. Es el hilo que da nombre al sistema, ya que su forma geométrica parte inicialmente de la curva catenaria. Al igual que las péndolas y el hilo de contacto, este cable transmite la corriente eléctrica a lo largo de la instalación.

Los materiales empleados generalmente para su fabricación son el cobre, bronce y aleaciones especiales según las características requeridas.

1500 Vcc	3000 Vcc
Secciones de cobre de 182, 299 mm ² Sección de bronce de 116 mm ²	Secciones de cobre de 95, 120, 153, 184 mm ²
25 kVca	
Sección de cobre de 100 mm ²	Secciones de aluminio – acero de 86, 180 mm ²
Sección de bronce de 65 mm ²	Sección de cobre – cadmio de 66 mm ²

Tabla 5.2: Datos tecnológicos de diferentes hilos sustentadores [8, 10].

Las características mecánicas del hilo sustentador, como la tensión o la rigidez, influirá en el comportamiento del hilo de contacto. Su capacidad de absorber las deformaciones de las péndolas y el hilo o hilos de contacto condicionará la dinámica del contacto con el pantógrafo. En el centro del vano, el hilo de contacto se sitúa a una distancia entre 15 y 20 cm del hilo sustentador.

5.4 PÉNDOLAS.

Las péndolas son los cables metálicos que unen el hilo de contacto con el sustentador, siguiendo una geometría similar a la de las figuras 5.6 y 5.7. Al igual que el hilo de contacto y el sustentador, la péndola es conductora de corriente, por tanto estará fabricada de cobre o aleaciones de éste, en ocasiones también de aluminio, siempre y cuando cumpla las funciones eléctricas y mecánicas a las que esté sometida. Su sección es generalmente menor a la de los hilos conductor y sustentador. Las péndolas presentan diseños diferentes, todos ellos orientados a conseguir que solo trabaje a tracción, ya que su función es transmitir el peso del hilo conductor al sustentador. Sin embargo, cuando debido a la dinámica de la interacción entre el pantógrafo y el hilo se producen impulsos desde el captador a la catenaria, es necesario que estos impulsos afecten exclusivamente al hilo conductor y por lo tanto no sean transmitidos al sustentador. Si estos impulsos llegan al sustentador, éste se pondrá en movimiento, produciendo la desconexión entre el pantógrafo y la catenaria de forma importante. En definitiva, se trata de conseguir que en la mayoría

de las ocasiones los impulsos del pantógrafo afectan exclusivamente al hilo conductor, y para ello existen diferentes soluciones que garantizan que hasta un desplazamiento determinado del hilo conductor la péndola no se vea sometida a compresión, y por lo tanto no transmita esfuerzos hacia el hilo sustentador, excepto en la solución a) de la figura 5.7, en la que la unión es fija.

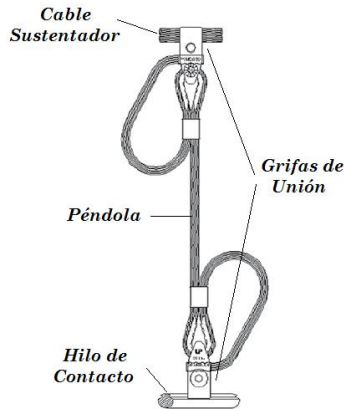


Figura 5.6: Esquema general de la péndola [8].

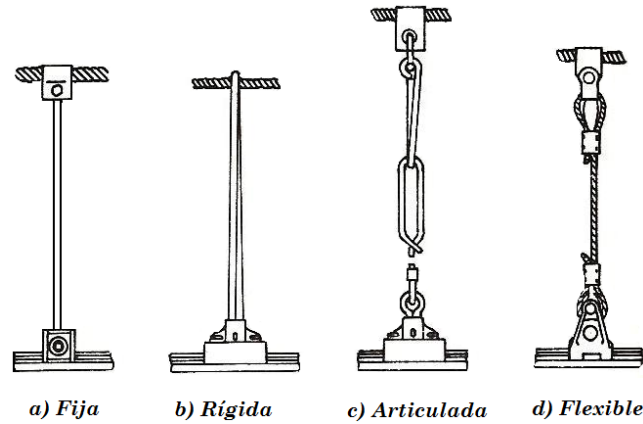


Figura 5.7: Tipos de péndolas [8].

Existe un tipo distinto de péndola a las mostradas en la figura anterior, que configura la llamada **catenaria con péndola en Y**. Esta geometría mejora las prestaciones estáticas y dinámicas al incluir un segundo hilo sustentador. Hasta ahora, ha sido la configuración más utilizada para aplicaciones de alta velocidad, aunque resulta más complicado su montaje y mantenimiento [13].

El sistema de catenaria con péndola en Y consiste en que en el punto de unión con la ménsula no se colocan péndolas que sujeten el hilo conductor directamente al sustentador, sino que la unión se realiza mediante unos cables diagonales intermedios, llamados falsos sustentadores. El hilo de contacto se suspende solamente con las péndolas, y cuando pasa por los postes únicamente se le sujeta transversalmente para evitar el excesivo movimiento horizontal que le provocaría el tren al pasar, o incluso la acción del viento [8].

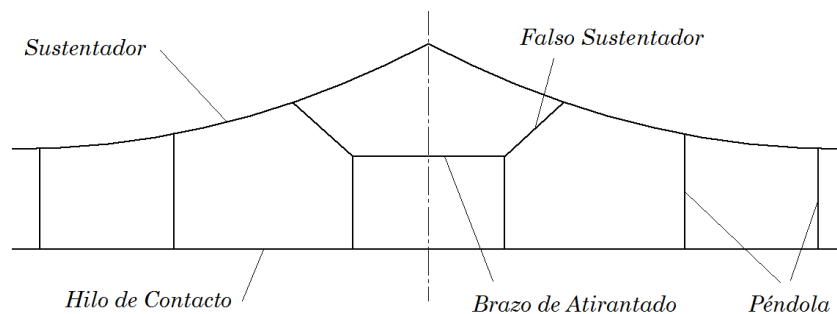


Figura 5.8: Péndola en Y en la sujeción del hilo de contacto a la ménsula.

La péndola en Y, también llamada suspensión en Y, suele abarcar las dos o cuatro péndolas verticales más próximas a la ménsula. La longitud de la suspensión en Y se encuentra entre 13 y 20 m; en RENFE se emplean 16 m. La mejora de la flexibilidad en el apoyo instalando la suspensión en Y es proporcional al cuadrado de su longitud [14].

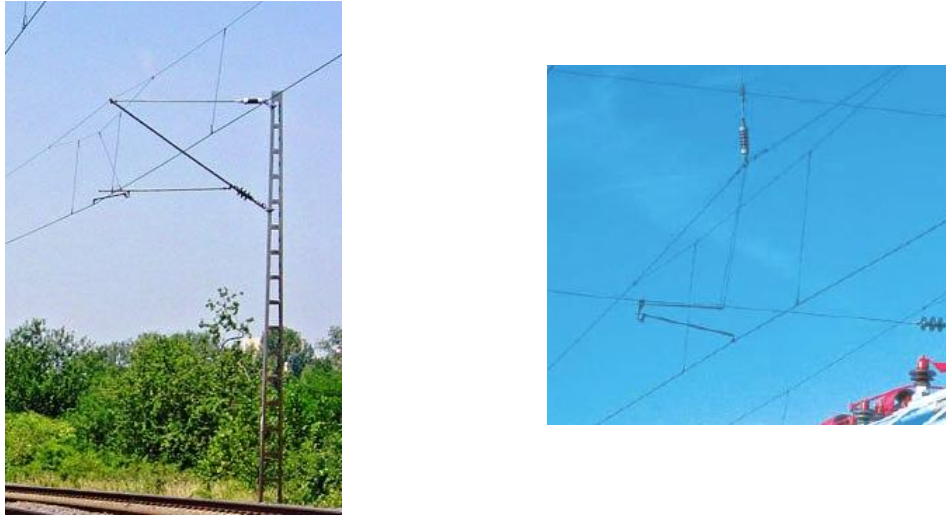


Imagen 5.9: Catenaria con péndola en Y, línea de los ferrocarriles DB, [4].

Dependiendo de la disposición del hilo sustentador, el hilo de contacto y las péndolas, se pueden clasificar las catenarias en los tres grupos principales siguientes, que son los que más desarrollo han tenido en las administraciones ferroviarias.

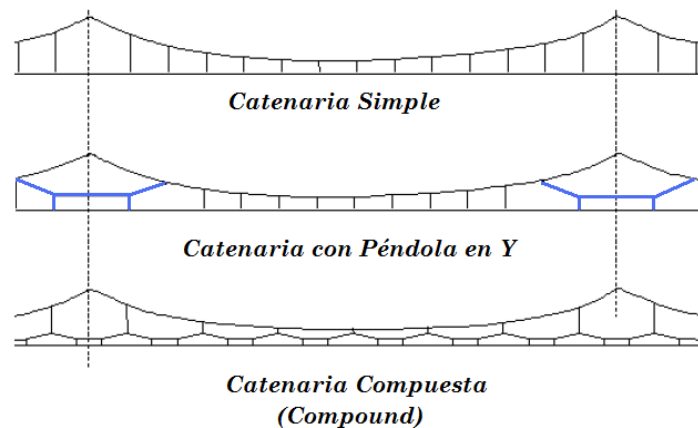


Figura 5.10: Catenarias mayoritariamente empleadas [8, 13].

La *catenaria simple* es la más sencilla de montar. Se emplea en líneas convencionales, $v \leq 160$ km/h, ya que sus propiedades estáticas y dinámicas no son idóneas para aplicaciones de alta velocidad, aunque sí existen líneas de alta velocidad con este tipo de catenaria.

La *catenaria con péndola en Y* mejora las prestaciones estáticas y dinámicas al incluir un segundo hilo sustentador. Esta es la configuración utilizada para aplicaciones de alta velocidad, aunque resulte más complicado su montaje y mantenimiento. Algunas LAV en construcción han abandonado esta geometría debido al complicado mantenimiento.

La *catenaria compuesta (compound)* lleva la idea de un mayor número de hilos sustentadores un paso más allá. Con esta configuración se consiguen las características de flexibilidad y rigidez más uniformes, pero su coste y dificultad de montaje no ha propiciado su implantación. Las primeras líneas de alta velocidad Shinkansen en Japón emplearon este tipo de catenaria [78].

5.5 SISTEMAS DE COMPENSACIÓN.

5.5.1 INTRODUCCIÓN.

Los cables de la catenaria son tensados mecánicamente para asegurar que el pantógrafo circule de manera uniforme posible, hecho que se consigue restringiendo la formación de una flecha en el hilo de contacto. Ésta será menor cuanto mayor sea la tensión mecánica utilizada [2]. Conviene distinguir entre la tensión de tendido de los cables y la tensión de trabajo. La tensión de trabajo es la tensión mecánica a la que se encuentran sometidos el hilo de contacto y el cable sustentador en las condiciones normales de explotación de la línea. La tensión de tendido es aquella tensión mecánica a la que se montan cada uno de los cables que, finalizado el montaje, han de constituir la catenaria. Es importante diferenciar estos dos conceptos, pues ha de tenerse presente que cuando se tiende el cable sustentador, al no estar todavía suspendido de él el hilo de contacto, ha de dársele menor flecha de la que deberá tener en su posición definitiva. Esto se debe a que al cargar el cable de contacto el sustentador experimentará un alargamiento, principalmente debido a la elasticidad del mismo [8].

5.5.2 INSTALACIÓN.

Un tendido eléctrico ferroviario se forma por la composición de catenarias sucesivas, aproximadamente con longitudes máximas de 1.300 m. Cada una de estas catenarias sufrirá fenómenos físicos de dilatación y contracción, por lo que tendrán que ser compensadas mecánicamente, formando lo que se denomina un '*cantón de compensación*'. En un trayecto ferroviario electrificado el pantógrafo del tren circulará de forma sucesiva de un hilo de contacto a otro, o dicho de otra forma, de una catenaria a otra. A medida que la longitud de la catenaria disminuya los fenómenos físicos producidos por cambio de temperatura disminuirán en importancia (se dilata o contrae una menor longitud de cable) [8].

Los sistemas de compensación son los encargados de mantener una tensión mecánica de trabajo adecuada en el hilo sustentador y el hilo de contacto. Son, por tanto, elementos imprescindibles en el sistema de la catenaria.

Debido a los cambios de temperatura se producen deformaciones en los hilos que conforman la catenaria, que se traducen en variaciones de tensión.

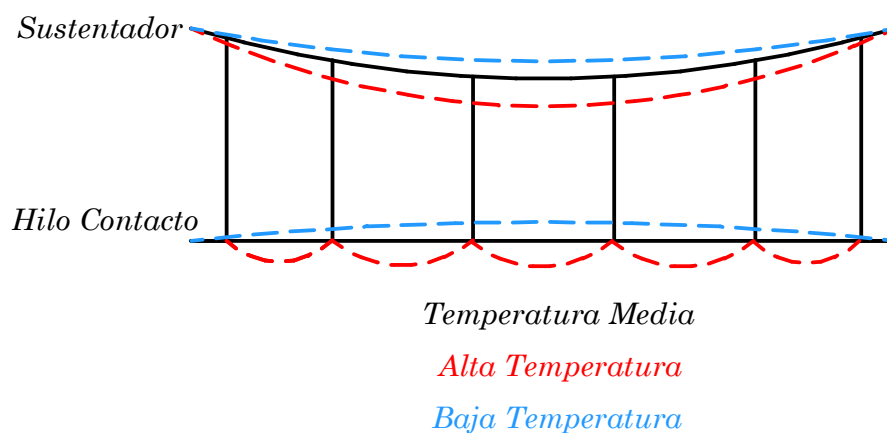


Figura 5.11: Geometría del sustentador e hilo de contacto, en función de la temperatura.

Cuando el pantógrafo avanza contactando con la catenaria su inercia no le permite seguir las variaciones de altura del hilo de contacto. Cuando el pantógrafo se despegue se produce un arco eléctrico, y cuando vuelve a contactar golpea la catenaria, produciendo vibraciones y oscilaciones que se transmiten a lo largo de la misma [12].

Para evitar los efectos de la temperatura se establece la compensación mecánica, que puede llevarse a cabo en el hilo o hilos de contacto y en el cable sustentador. La aplicación de la compensación es imprescindible para alcanzar velocidades superiores a 120 km/h. Si la regulación del hilo de contacto se realiza con el mismo sistema que el del sustentador, las variaciones de longitud debido a cambios de temperatura deben ser las mismas.

Existen varios métodos para realizar la compensación mecánica. Tradicionalmente se han empleado sistemas de poleas y contrapesos, como el mostrado en la figura 5.13. La reducción puede llegar a ser de hasta 1/5. Con un incremento de temperatura de -15°C a $+45^{\circ}\text{C}$, el desplazamiento máximo del hilo de contacto, teniendo en cuenta el coeficiente de dilatación térmica del cobre, no conviene que sobrepase el valor de $\pm 0,30$ m. Este hecho limita la longitud de la zona a compensar a unos 600 m aproximadamente [2].

Si la compensación se efectúa solo en el hilo o hilos de contacto, solamente se inclinan los brazos de atirantado y las péndolas. La inclinación máxima de las péndolas se establece en 28°C . Estas inclinaciones anulan, en parte, el efecto de la compensación, pues la tensión del hilo de contacto se traslada al sustentador y a los brazos de atirantado. El efecto neutralizante de las péndolas puede corregirse empleando *falsos sustentadores*, de tal forma que disminuya la inclinación.

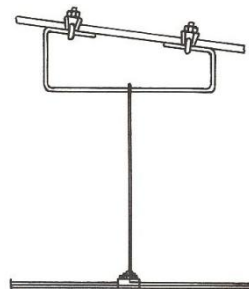


Figura 5.12: Falso sustentador [8].

Si también se compensa el sustentador las péndolas no se inclinan, pero sí las ménsulas que soportan el hilo y apoyan en los postes. Parte de la tensión del hilo se pierde hacia los brazos de atirantado, y parte de la del sustentador se pierde hacia las ménsulas.

A continuación se describe brevemente el funcionamiento del sistema de compensación en la instalación (figura 5.14), en la que los postes de la catenaria se van nombrando de izquierda a derecha [8, 9].

Sea un tramo del trazado ferroviario, formado por tres vanos y cuatro postes. A la ménsula del poste número 1 llegan los hilos de contacto y el hilo sustentador del vano anterior, unidos mediante péndolas y con corriente eléctrica. En este mismo poste se sitúan las poleas y contrapesos para compensar el siguiente tramo de catenaria.

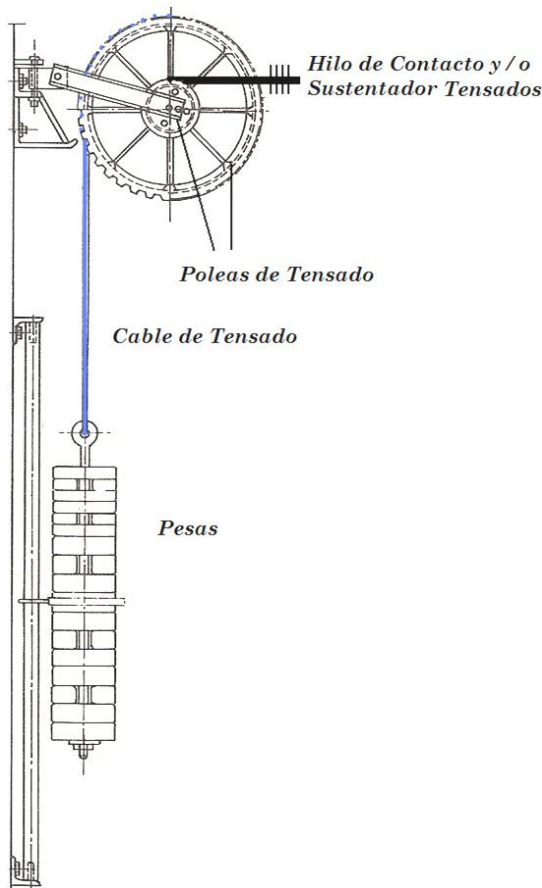


Figura 5.13: Polea de tensado en el poste número 1.

De estas poleas, como se ve en la figura 5.13, parten los hilos de contacto y sustentador ya tensados y aislados de las poleas mediante los correspondientes aisladores. Ambos hilos pueden tener la misma o distinta tensión, según hayan sido tensados juntos o por separado.

En el vano comprendido entre los postes 1 y 2 la línea todavía es alimentada por los cables del tramo anterior, mientras que el hilo sustentador y de contacto ya tensados se van distanciando hasta situarse en sus posiciones finales; llegan de esta forma al poste número 2.

Entre los postes 2 y 3 los hilos de contacto y sustentador precedentes, con corriente eléctrica, se unen respectivamente a los hilos tensados, de forma que éstos quedan también en tensión eléctrica. Desde este momento, los nuevos hilos se unen mediante péndolas y se sitúan sobre el eje de la vía, mientras que los hilos de contacto y sustentador que habían abastecido la corriente hasta este momento continúan hasta la ménsula del poste número 3. De esta forma el tramo queda alimentado con los hilos tensados. A partir del poste 3, los hilos del tramo anterior se aíslan y se van separando hasta sus poleas de tensado correspondientes, situadas en el poste número 4.

De esta forma se van formando tramos de compensación de aproximadamente 600 m, en líneas de RENFE con 3.00 Vcc [9].

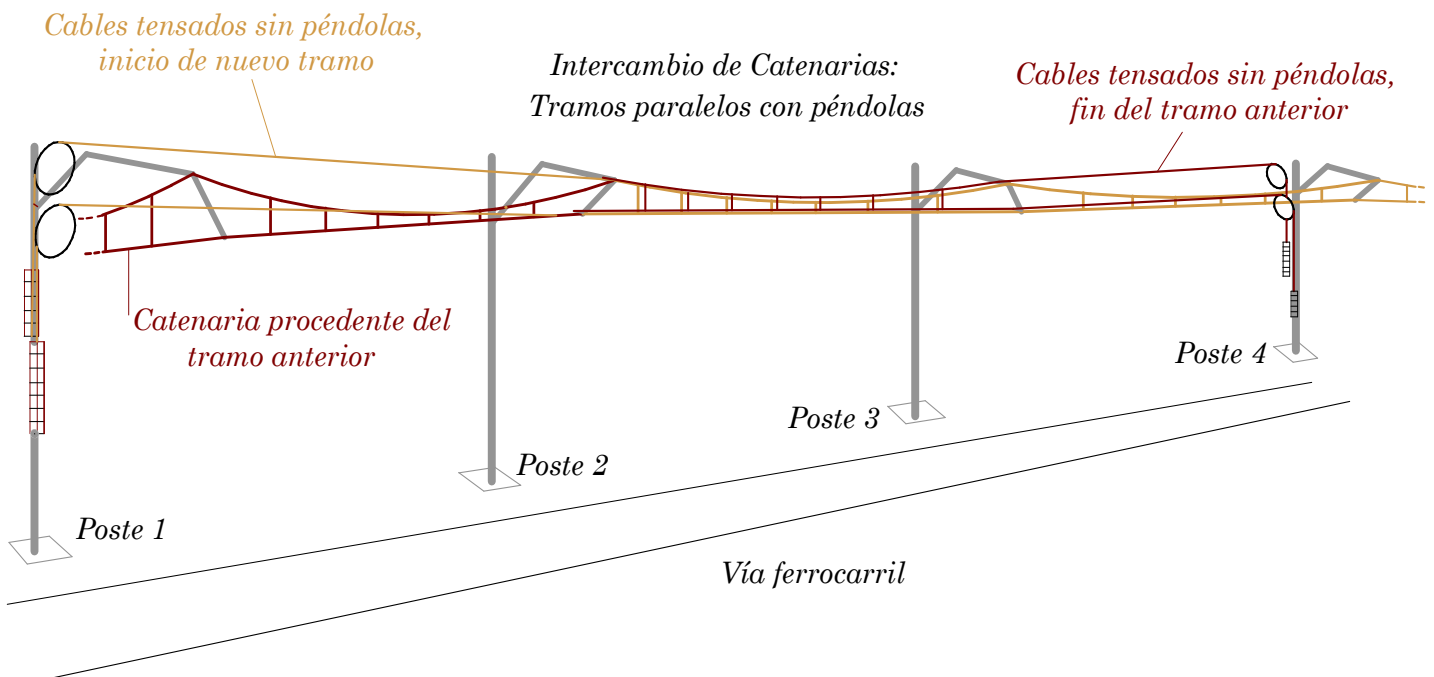


Figura 5.14: Esquema resumen del proceso de tensado de la catenaria

En algunas circunstancias, tales como vías de apartadero o ramales de estaciones, o cuando la longitud del cantón de compensación es inferior a 600 m, los extremos de un tramo tensado son anclados al poste, como se muestra en las figura 5.15.

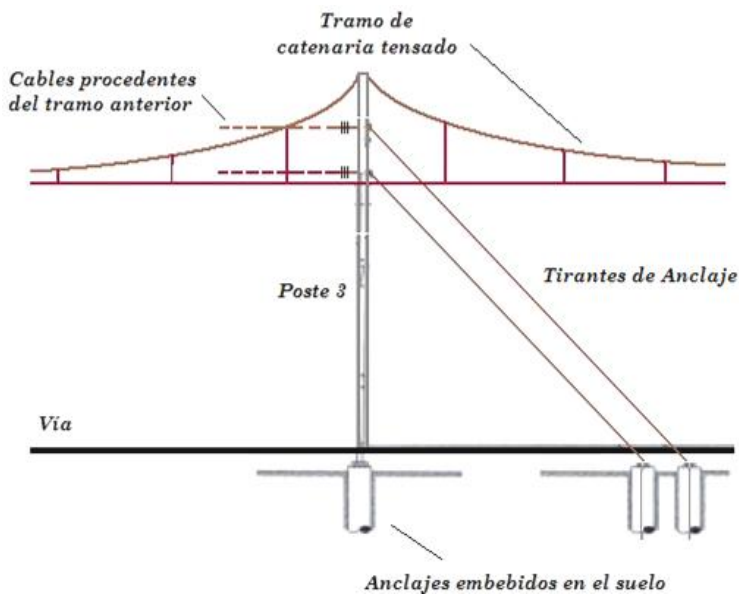


Figura 5.15: Anclaje de los cables al suelo.

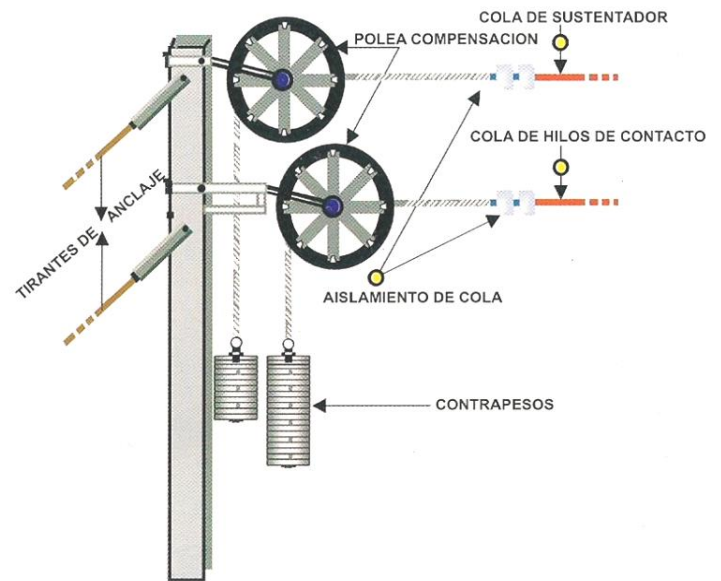


Figura 5.16: Poste de catenaria CR160 de RENFE [9].

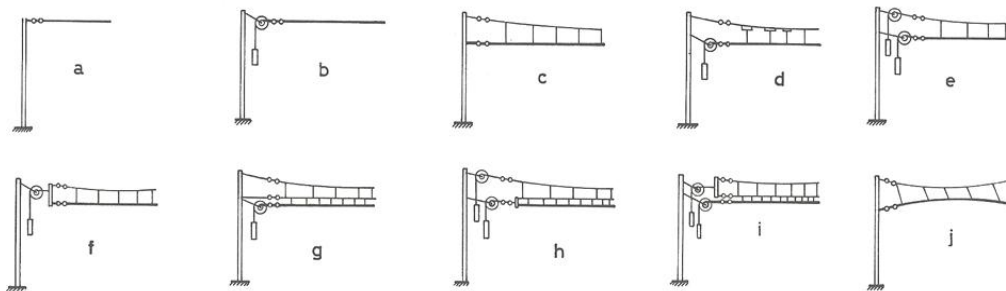


Figura 5.17: Diversos postes de sustentación y compensación mecánica de la catenaria [8].

- a) Hilo de contacto sin compensación, no puede usarse a velocidades superiores a 35 km/h.
- b) Hilo de contacto con compensación de flexibilidad. Se aplica hasta velocidades de 120 km/h.
- c) Catenaria simple con uno o dos hilos de contacto sin compensación. Para velocidades de hasta 100 km/h.
- d,e,f) Catenaria simple con uno o dos hilos de contacto, tres sistemas distintos de compensación, para poder conseguir mayores velocidades de circulación.
- g,h,i) Catenaria compuesta con uno o dos hilos de contacto. Mismas características que las anteriores.
- j) Catenaria autocompensada al variar su inclinación.

Existen otros sistemas de compensación mecánica de los hilos de contacto. Entre ellos destaca el sistema patentado *TENSOREX*[®] de la empresa alemana PFISTERER, que transforma la fuerza variable de un resorte $F = K \cdot x$ en una fuerza constante, empleando dos poleas, una cilíndrica y otra de leva excéntrica [16].

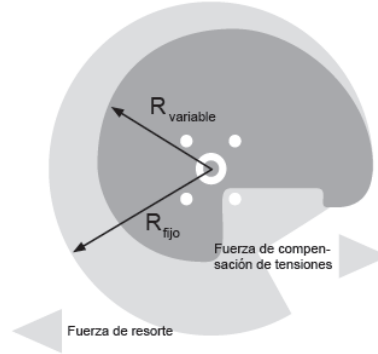


Figura 5.18: Polea de compensación del sistema *TENSOREX*[®].

Se cumple por tanto:

$$R_{fijo} \cdot F_{resorte} = R_{variable} \cdot F_{tensión}$$

La imagen siguiente muestra tres sistemas *TENSOREX*[®] anclados a un pórtico rígido, en la que se ve la disposición de los resortes y el anclaje de las poleas.

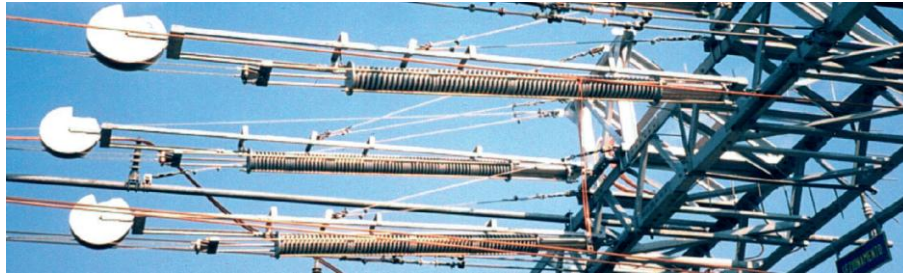


Imagen 5.19: Sistema *TENSOREX*[®] [16].

El incremento de longitud de un cable debido a un incremento de temperatura es [30]:

$$\Delta L = L \cdot \alpha \cdot \Delta T \text{ [m]}$$

donde:

α = Coeficiente de dilatación térmica del cable $(^{\circ}\text{C})^{-1}$.

L = Longitud del cable (m).

ΔT = Incremento de la temperatura $(^{\circ}\text{C})$.

El hilo de la instalación (hilo de contacto o sustentador) parte de una polea (d_1) anclada al poste. En el otro extremo de la polea (d_2) se colocan las diferentes pesas que ejercen el esfuerzo de tensado, quedando estas colgadas en vertical, en paralelo junto al

poste. Para disminuir la cantidad de pesas que es necesario colocar junto al poste, se utiliza un sistema de poleas de tal forma que el hilo de la catenaria llega a una polea de diámetro menor que la del cable que soporta las pesas ($d_2 > d_1$) [16].

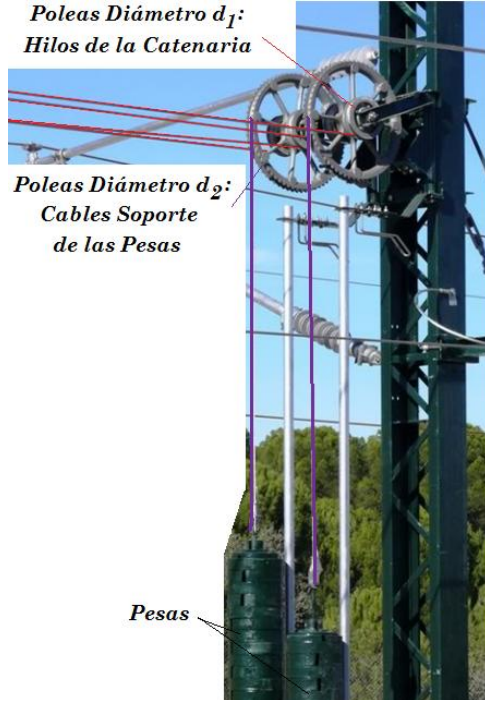


Imagen 5.20: Compensación LAV [4].

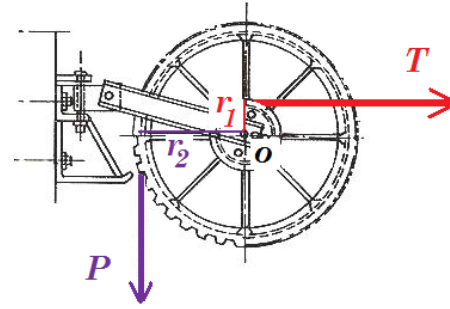


Figura 5.21: Diagrama de sólido rígido [2].

Cuando ambas poleas se unen rígidamente al mismo eje componen un sólido rígido. Para que se mantenga en equilibrio, la suma de momentos respecto al centro del eje ha de ser nula. Por tanto, la fuerza (P) que ejercen los contrapesos multiplicada por la distancia desde su línea de acción hasta el eje es igual a la tensión mecánica (T) del cable por la distancia desde su línea de acción hasta el eje (figura 5.21):

$$\sum M_o = 0 \quad T \cdot r_1 = P \cdot r_2$$

El cociente entre las fuerzas en ambos cables es inversamente proporcional a los radios de las poleas sobre las que se arrollan. Esta razón se conoce como *relación de compensación*, y suele ser un valor comprendido entre 1:3 y 1:5 [8]. El incremento de longitud de los hilos debido a la tensión inicial de montaje [8] se determina mediante la expresión [30]:

$$\Delta L = \frac{L \cdot T}{E \cdot A} \quad [m]$$

donde:

T = Axil de tracción sobre ejercido en el cable (N).

E = Módulo elástico del material del cable (N/m^2).

S = Sección del cable (m^2).

Los cables se tensan inicialmente de tal forma que, para una temperatura de 25°C, la altura de las pesas se encuentre en el punto medio del poste y de esa forma quede libre todo el recorrido superior e inferior para absorber las dilataciones [2, 8]. La figura siguiente muestra el recorrido de los contrapesos de un poste de compensación para catenaria en LAV, como el mostrado en la figura 5.20.

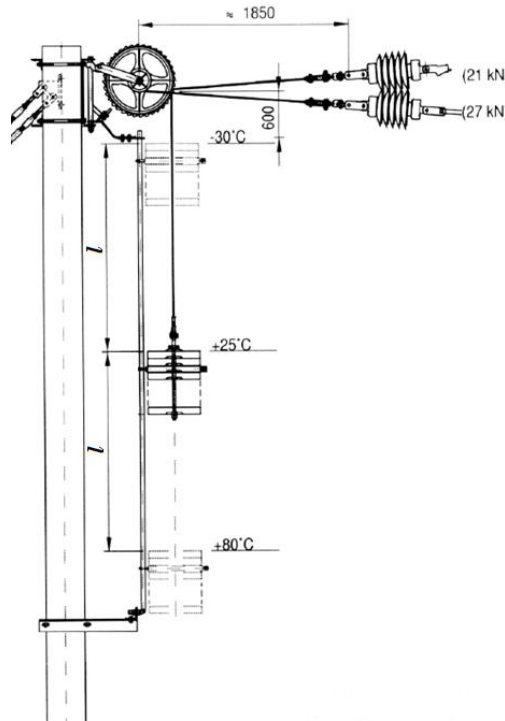
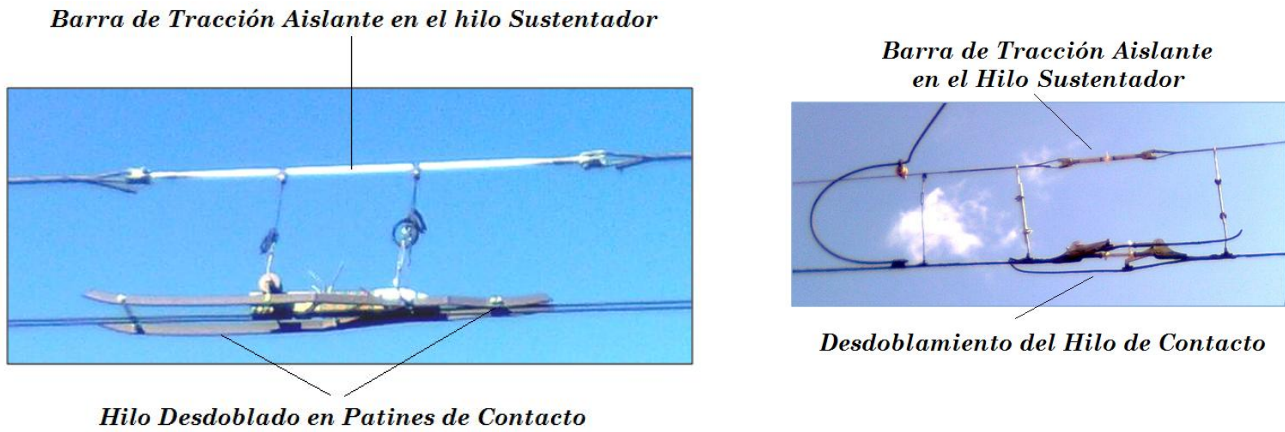


Figura 5.22: Polea de compensación LAV [2].

5.6 AISLADORES DE TENSIÓN.

El aislador de tensión es un aparato situado en el hilo de contacto que sirve para interrumpir la continuidad eléctrica en un tramo concreto del mismo. Al mismo tiempo, se coloca otro aislador en el sustentador, para completar la interrupción eléctrica de electricidad en la catenaria [9].

El aislador de tensión debe tener suficiente resistencia mecánica y eléctrica para soportar las tensiones y esfuerzos de los cables. Además, no debe interrumpir la tensión eléctrica en el pantógrafo, por lo que dispone de dos patines que garantizan la continuidad de corriente en el momento de paso, o bien se desdobra el hilo en dos, estableciendo una zona común de contacto. Su peso es reducido y tiene que estar correctamente nivelado sobre la vía para que el paso del pantógrafo sea suave y no se produzcan arcos eléctricos.



Imágenes 5.23 y 5.24: Aisladores de sección RENFE, 3.000 Vcc

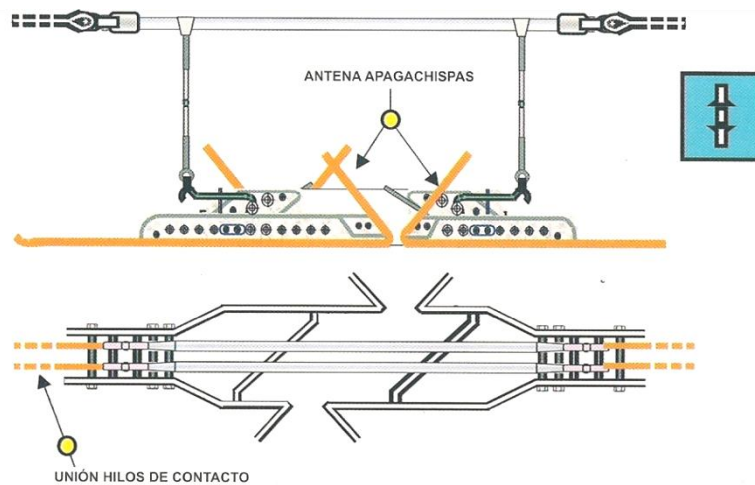


Figura 5.25: Esquema de aislador de tensión en catenaria CR160 de RENFE [9].

5.7 CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS DE LA CATENARIA.

El contacto pantógrafo – catenaria se ve fuertemente influenciado por ciertas características mecánicas, geométricas y de diseño de la instalación *catenaria*, tanto del hilo de contacto como del hilo sustentador y las péndolas, principalmente [8].

Las condiciones geométricas que hay que tener en cuenta durante el diseño e instalación son:

- Descentramiento del hilo de contacto.
- Distancia entre postes: Vano.
- Altura del hilo de contacto.

Por otro lado, se estudian los factores mecánicos que determinan la correcta captación de corriente a través del pantógrafo, que habrán de ser modificados según la línea para optimizar la dinámica del contacto:

- Flexibilidad / rigidez del hilo de contacto.
- Compensación de la catenaria.
- Resistencia mecánica suficiente frente a cargas externas.
- Estudio de las pérdidas de contacto entre el pantógrafo e hilo de contacto.

5.8 CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DE DISEÑO.

5.8.1 DESCENTRAMIENTO DEL HILO DE CONTACTO.

Debido a las características de la toma de corriente, el pantógrafo se verá constantemente sometido al desgaste por rozamiento con el hilo de contacto; comportamiento análogo ocurre en el hilo de contacto.

Si se colocase el hilo de contacto sobre el eje de la vía, el pantógrafo siempre rozaría por la misma zona central, por lo que el desgaste sería excesivo e inadmisible. Para alargar la vida útil del frotador del pantógrafo, la catenaria no se coloca siguiendo perfectamente el eje de la vía, sino que se sitúa haciendo zigzag para homogeneizar la zona de contacto del pantógrafo, favorecer un desgaste progresivo de los frotadores e incrementar su vida útil [2, 8, 18]. La figura e imagen siguientes muestran esta disposición.



Figura 5.26: Esquema en planta del hilo de contacto en zigzag.

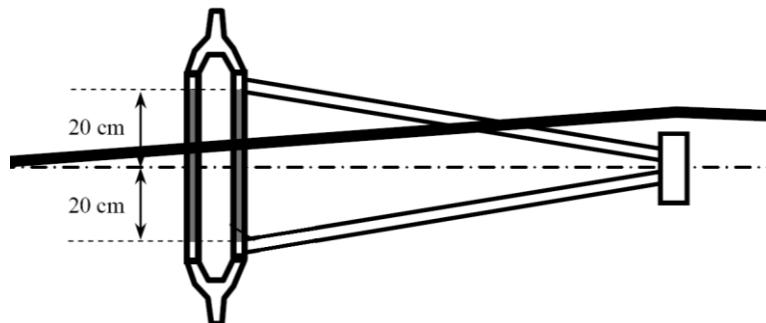


Figura 5.27: Descentramiento del hilo de contacto sobre la mesilla del pantógrafo [10].



Imagen 5.28: Descentramiento de la catenaria, tramo de vía única LAV [4].

El descentramiento suele variar entre ± 20 cm y ± 30 cm [2, 8, 19, 20].

En tramos rectos se consigue el descentramiento mediante los atirantados, dentro y fuera, del punto de unión del hilo de contacto a la ménsula. De esta forma, en cada apoyo el hilo es descentrado, es decir, en el vano se sitúa diagonalmente sobre la vía.

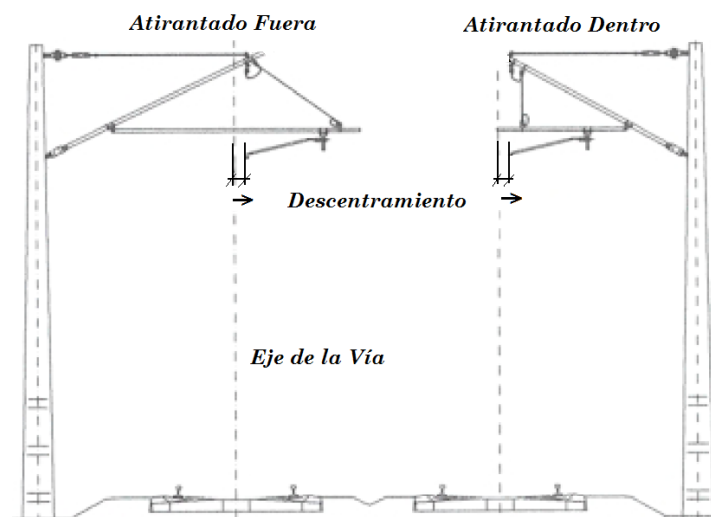


Figura 5.29: Alzado de la instalación; atirantado [2].

En curva, debido a la propia geometría, la zona de contacto abarca parte de la mesilla del pantógrafo, por lo que no sería necesario disponer el hilo de contacto en zigzag, aunque también puede hacerse; en este caso, el planteamiento de la catenaria depende del radio de la curva. Cuando la curva tiene radio pequeño, la catenaria se monta mediante tramos rectos, pero si el radio de la curva es mayor que 20.000 m el montaje se hace también en zigzag.

5.8.2 DISTANCIA ENTRE POSTES: VANO.

Entre las diversas magnitudes geométricas de la instalación, una de las principales es el vano entre postes de sustentación. Por motivos económicos, se tiende a que la distancia entre postes (longitud del vano) sea lo mayor posible. El valor óptimo establecido en diversas administraciones ferroviarias es de 60 m [2, 9].

La longitud en tramo recto es mayor que en curva, y en ella la longitud la impone el posible desplazamiento transversal del hilo de contacto producido por cargas externas, como el viento, ya que debe asegurarse que la geometría permanezca siempre dentro del ancho del frotador (mesilla) del pantógrafo.

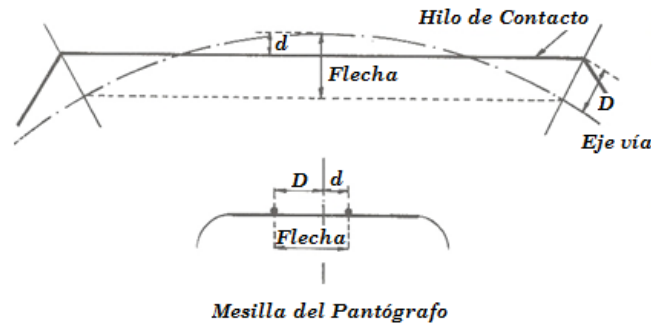


Figura 5.30: Vano en curva y flecha transversal [8].

La fórmula de cálculo de la longitud del vano en curva es:

$$L = \sqrt{8 \cdot R \cdot f} \text{ [m]}$$

donde:

R = radio de la curva (m).

f = flecha transversal (m).

El valor de la flecha elegida depende del ancho del pantógrafo, ya que la flecha debe descomponerse en dos descentramientos: uno en el punto de apoyo de la catenaria, hacia el exterior de la misma (**D**) y otro en el centro del vano, hacia el interior de la curva (**d**).

Para un ancho de la zona de contacto de 60 cm, RENFE impone una flecha transversal máxima de 50 cm ($D = 30$ cm y $d = 20$ cm).

En túneles es habitual situar los vanos o los puntos de apoyo del hilo sustentador a una distancia entre 20 y 25 m [8].

5.8.3 ALTURA DEL HILO DE CONTACTO.

Se define como la altura medida desde el plano de rodadura de la vía [8, 9]. Dependiendo de la velocidad de circulación en la línea se dispondrá una altura u otra. Las condiciones óptimas de funcionamiento se obtienen cuando el hilo de contacto se encuentra a una altura prácticamente constante a lo largo de toda la línea. Esta es la disposición adoptada en las líneas de alta velocidad, debido a que el tipo de vehículos que circulan por ella y las condiciones de circulación son muy específicas y con poca variabilidad [12].

La siguiente tabla muestra la altura del hilo de contacto para diversas administraciones ferroviarias.

Velocidades inferiores a 200 km/h	SNCF y DB	5,75 m
	PKP	5,60 m
	FS	5,00 m
	BR	4,70 m
RENFE	Normal	5,38 m
	Mínimo	4,60 m
	Máximo	6,00 m
Alta velocidad	SNCF	4,95 m
	JNR	5,20 y 5,00 m
	FS	5,70 m
	RENFE	5,30 m

Tabla 5.3: Altura del hilo de contacto respecto al plano de la vía [1, 8, 13, 18].

La variación de la altura del hilo de contacto sobre el plano de la vía, debido a pasos a nivel, pasos superiores, túneles, etc., se realiza con una pendiente que será menor cuanto mayor sea la velocidad de circulación. Para conseguir la pendiente adecuada es necesario que las péndolas tengan la longitud precisa exigida. La tabla siguiente muestra las pendientes máximas en milésimas según la velocidad de circulación.

Velocidad km/h	Pendiente máxima ‰
10	40
30	20
60	10
100	5
120	4
160	3
200	2
220	0,03

Tabla 5.4: Pendiente máxima del hilo de contacto [8].

5.9 PARÁMETROS MECÁNICOS DE DISEÑO.

El comportamiento dinámico del pantógrafo está fuertemente influenciado por la catenaria bajo la que discurre. La configuración constructiva de las catenarias se realiza de tal forma que sólo admite una determinada elevación del hilo de contacto [9, 12].

Para mantener la fuerza de contacto entre el pantógrafo y la catenaria en un rango de valores aceptables, es necesario controlar los aspectos mecánicos que rigen dicha fuerza de contacto. Entre ellos se encuentra la flexibilidad de la catenaria, que mide su deformación frente a fuerzas externas; la tensión mecánica de los hilos de contacto, que ha

de controlarse o mantenerse constante frente a incrementos de temperatura; factores de propagación de ondas y vibraciones, que determinarán las condiciones de velocidad máxima a la que podrá emplearse la catenaria [12, 18, 21]. El estudio combinado de todos ellos, así como el modelado de pantógrafos y catenarias mediante elementos finitos, permite reproducir o simular las condiciones de funcionamiento del sistema.

Los criterios empleados para diseñar y caracterizar a una catenaria desde el punto de vista mecánico son los siguientes [23]:

- Criterios dinámicos.
- Criterios estáticos.
- Criterios de calidad de captación de la corriente eléctrica.

Si bien el criterio estático es relativamente sencillo de estudiar, los criterios de tipo dinámico son complejos, pues necesitan de gran cantidad de ensayos reales así como la adopción de unas ecuaciones matemáticas que en la mayor parte de los casos no guardan relación con los valores obtenidos en los ensayos [22].

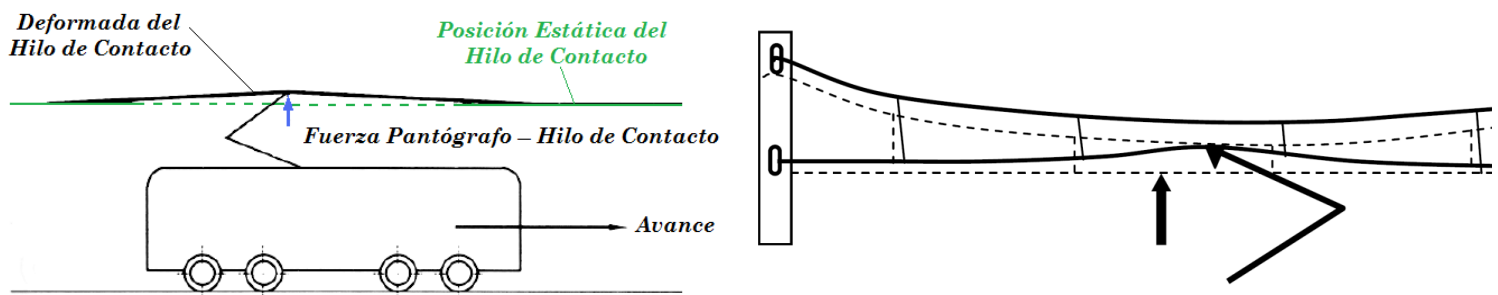
Todos estos estudios se han de realizar considerando a la catenaria y al pantógrafo del tren como un sistema físico común, conocido como *sistema interacción catenaria – pantógrafo*.

El criterio de captación de corriente es una variante de los dos anteriores, ya que si los criterios estáticos y dinámicos no se cumplen el pantógrafo no podrá tener un comportamiento técnicamente aceptable.

5.9.1 FLEXIBILIDAD Y RIGIDEZ DEL HILO DE CONTACTO.

Cuando el pantógrafo se desplaza rozando el hilo de contacto, éste se eleva debido a la fuerza que el pantógrafo ejerce sobre él. Dicha elevación depende de las características del hilo, la fuerza ejercida, la velocidad de circulación y la tensión del hilo de contacto [21].

La flexibilidad (elasticidad), o su inversa la rigidez, es un factor fundamental a la hora de diseñar el trazado de la catenaria, ya que mide la deformación o elevación del hilo de contacto frente a la fuerza ejercida por el pantógrafo.



Figuras 5.31 y 5.32: Elevación del hilo de contacto al paso del pantógrafo [2, 10].

Para mejorar las condiciones del contacto, es necesario que la flexibilidad vertical de la catenaria sea lo más uniforme posible. Esta flexibilidad se mide aplicando en estática una fuerza uniforme de **1 daN** sobre la catenaria y midiendo el desplazamiento producido. El resultado de la medición depende del punto de aplicación, es decir, si coincide con una péndola, está cerca de la ménsula, o se encuentra en el centro del vano.

Por tanto, y debido al propio diseño de la catenaria, la flexibilidad no es uniforme, y esta no uniformidad debe intentarse que sea mínima. Las siguientes figuras muestran la deformada de la catenaria al aplicar dicha fuerza en condiciones estáticas, en un vano de catenaria con péndola en Y y en otro de catenaria sencilla [2, 21].

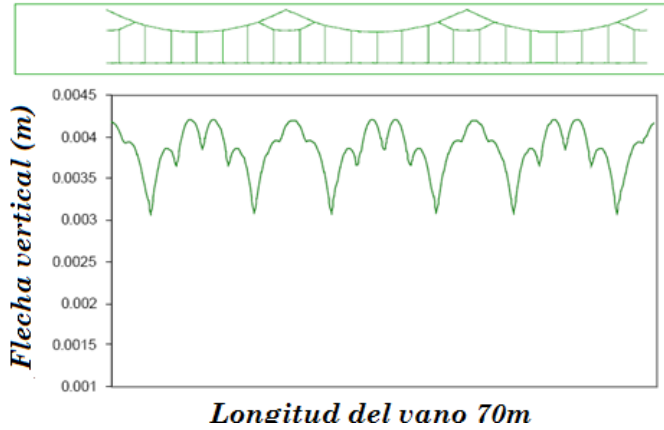


Figura 5.33: Gráfico de flexibilidad, catenaria con péndola en Y [2].

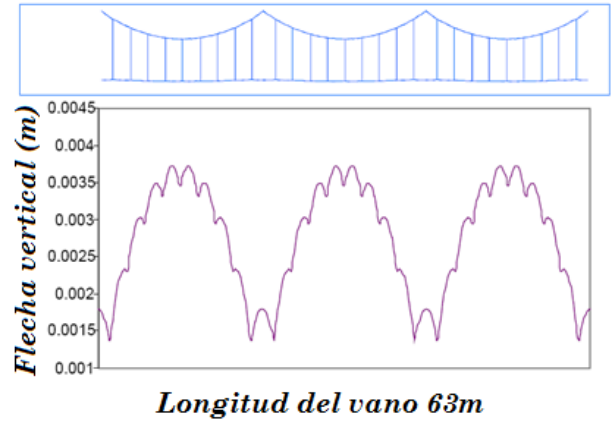


Figura 5.34: Gráfico de flexibilidad, catenaria sencilla [2].

En ambos casos, se observa cómo la flecha es mínima cerca de la unión con la ménsula, y máxima en el centro del vano. Los puntos de unión con las péndolas pueden asimilarse a puntos de mayor rigidez, y en consecuencia, disminuye la flexibilidad.

En la catenaria con péndola en Y la deformada relativa entre los puntos de máxima y mínima deformación es aproximadamente de $1,3 \cdot 10^{-3}$ m, mientras que para la catenaria sencilla este valor es de $2,5 \cdot 10^{-3}$ m. Por tanto, para la catenaria sencilla, la uniformidad de la flexibilidad es menor, ya que la disminución de la flexibilidad al paso por las ménsulas es mayor [18].

Para calcular la flexibilidad de una catenaria se puede recurrir a métodos de elementos finitos. Sin embargo, pueden utilizarse aproximaciones matemáticas que permiten obtener valores aproximados.

La flexibilidad de la línea alcanza su valor máximo en el centro del vano, y puede estimarse por la expresión [18, 27]:

$$e_{\max} = \frac{L \cdot 10^3}{3,5(F_C + F_S)} \quad [mm/N]$$

donde:

L = Longitud del vano (m).

F_C = Fuerza de tensado del hilo de contacto (N).

F_S = Fuerza de tensado del hilo sustentador (N).

Otros autores aproximan la flexibilidad máxima mediante la expresión [8]:

$$e_{m\acute{a}x} = \frac{L \cdot 10^3}{4 \cdot \sum T} \quad [mm/N]$$

donde:

$\sum T$ = Suma de las tensiones mecánicas de los hilos de contacto y sustentador (N).

Para un vano de la misma longitud, considerando la catenaria con las mismas condiciones mecánicas de sustentación y tensado de los hilos, la primera expresión ofrece un valor de flexibilidad un 3,57 % mayor que la segunda.

Los siguientes valores se refieren a catenarias RENFE en vía convencional (CR160) y a catenaria de alta velocidad en las líneas de la DB:

	RENFE	LAV DB
$e_{m\acute{a}x}$ (mm/kg)	6	5,2
$e_{m\acute{i}n}$ (mm/kg)	3	4,4

Tabla 5.5: Flexibilidad de diferentes catenarias [9, 28].

La homogeneidad de la elasticidad se calcula con la siguiente expresión [18]:

$$U(\%) = \frac{e_{m\acute{a}x} - e_{m\acute{i}n}}{e_{m\acute{a}x} + e_{m\acute{i}n}} \cdot 100$$

Como se ha señalado, la flexibilidad de la catenaria ha de ser mantenerse lo más constante posible a lo largo del vano ($U \sim 10 - 30 \%$), para evitar vibraciones y optimizar el contacto. Para homogeneizar la flexibilidad (minimizar la homogeneidad), contribuyen [18, 28]:

- Tensiones mecánicas elevadas en el hilo de contacto e hilo sustentador.
- Empleo de péndolas en Y.
- Concentrando las péndolas en el centro del vano. Para velocidades superiores a 200 km/h la concentración debe ser mayor en los $\frac{3}{4}$ centrales del vano. Si la velocidad no es elevada pueden disponerse de forma equidistante.
- Montando el hilo de contacto con flecha vertical inicial cuyo valor óptimo es:

$$f = \frac{Z - 1}{Z} \cdot F \cdot e_{m\acute{a}x}$$

donde:

Z = Relación entre la flexibilidad en el centro del vano y en los soportes (coeficiente de flexibilidad).

F = Fuerza que ejerce el pantógrafo (N).

En la práctica, a esta flecha se le da el valor de 1/1000 a 0,8/1000 de la longitud del vano correspondiente para velocidades inferiores a 200 km/h, y para velocidades superiores un valor comprendido entre 0,3/1000 y 0,6/1000.

5.9.2 VELOCIDAD DE PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS.

Bajo la acción dinámica del pantógrafo se produce una deformación en el hilo de contacto que se transmite en forma de onda sinusoidal, cuya velocidad de propagación es [2, 18, 27]:

$$v_{prop} = \sqrt{\frac{\sum T}{\sum M}} \text{ [m/s]}$$

donde:

$\sum T$ = Suma de las tensiones mecánicas de los hilos de contacto y sustentador (N).

$\sum M$ = Masa lineal de la catenaria (kg/m).

Cuando se produce una variación brusca de la presión del pantógrafo sobre la catenaria, se origina una perturbación que se propaga por el hilo de contacto con esta velocidad. En la práctica, para un buen contacto entre el pantógrafo y la catenaria, es necesario que la velocidad de circulación del tren sea menor que 0,7 veces la velocidad de propagación de las ondas:

$$V_{circulación} < 0,7 \cdot V_{propagación}$$

Por tanto, interesa que el valor de la velocidad de propagación sea lo mayor posible. La UIC recomienda instalar catenarias con valores de velocidad de propagación no inferiores a 350 km/h.

5.9.3 FACTOR DOPPLER.

El factor Doppler es un parámetro empleado para analizar y medir un contacto correcto entre el pantógrafo y la catenaria. Muestra la relación que existe entre la velocidad de propagación de las ondas en el hilo de contacto y la velocidad de circulación. Su valor debe ser lo más elevado posible y se calcula con la fórmula [2, 18, 27]:

$$\alpha = \frac{V_p - V_c}{V_p + V_c}$$

donde:

V_p = Velocidad de propagación (m/s).

V_c = Velocidad de circulación (m/s).

La ficha UIC 799 recomienda los valores de factor doppler indicados a continuación:

Velocidad de circulación (km/h)	α
$200 < v < 230$	$> 0,26$
$230 < v < 300$	$> 0,18$
$v > 300$	$> 0,17$

Tabla 5.6: Factor Doppler.

5.9.4 COEFICIENTE DE REFLEXIÓN.

El coeficiente de reflexión expresa la magnitud de la onda reflejada respecto a la incidente cuando se produce una perturbación en el hilo de contacto. Su valor debe ser lo menor posible y se calcula por la fórmula [2, 18, 27]:

$$r = \frac{\sqrt{F_S \cdot m_S}}{\sqrt{F_S \cdot m_S} + \sqrt{F_C \cdot m_C}}$$

donde:

F_C = Fuerza de tensado del hilo de contacto (N).

F_S = Fuerza de tensado del hilo sustentador (N).

m_C = Masa lineal del hilo de contacto (kg/m).

m_S = Masa lineal del hilo sustentador (kg/m).

La ficha UIC 799 recomienda los valores de coeficiente de reflexión indicados a continuación:

Velocidad de circulación (km/h)	r
$200 < v < 230$	$< 0,5$
$230 < v < 300$	$< 0,4$
$v > 300$	$< 0,4$

Tabla 5.7: Coeficiente de reflexión.

5.9.5 FACTOR DE AMPLIFICACIÓN.

Las ondas producidas en la catenaria debido a perturbaciones del pantógrafo son reflejadas en las discontinuidades que existen en el hilo de contacto. Para cuantificar estos fenómenos, se utiliza el Factor de Amplificación, que muestra el impacto relativo de los impulsos reflejados e incidentes sobre el comportamiento pantógrafo – catenaria. Su valor debe ser lo más reducido posible, y se calcula mediante la expresión [2, 18, 27]:

$$\chi = \frac{r}{\alpha}$$

es decir, como el cociente entre el coeficiente de r reflexión y el factor Doppler α .

La ficha UIC 799 recomienda los valores de factor de amplificación indicados a continuación:

Velocidad de circulación (km/h)	χ
$200 < v < 230$	$< 1,9$
$230 < v < 300$	$< 2,2$
$v > 300$	$< 2,3$

Tabla 5.8: Factor de amplificación.

5.9.6 FENOMENOS DE VIBRACIÓN: RESONANCIA Y VELOCIDAD CRÍTICA.

Dado que la línea aérea de contacto supone un conjunto elástico de diferente flexibilidad, se pondrá en movimiento vibratorio vertical al ser perturbada por el paso del pantógrafo. Éste confiere un movimiento sinusoidal de excitación al sistema.

Los movimientos oscilatorios de la catenaria se propagan con una velocidad muy elevada, superior a los 350 km/h, por lo que el pantógrafo siempre contacta con una catenaria con movimiento sinusoidal, que aumenta la amplitud del movimiento original del pantógrafo. El hilo de contacto posee una **velocidad crítica** en la que el pantógrafo entra en **resonancia**, produciéndose despegues y arcos eléctricos. El tren no podrá circular a velocidades próximas a la velocidad crítica del sistema pantógrafo – catenaria, por lo que se tendrá que aumentar su valor para poder desplazarse a mayor velocidad.

La frecuencia propia de oscilación del hilo de contacto se calcula con la expresión [2, 18, 27]:

$$f_c = \frac{0,5}{L} \cdot \sqrt{\frac{\sum T}{\sum M}} \quad [Hz]$$

donde:

f_c = Frecuencia natural (Hz).

L = Longitud del vano (m).

$\sum T$ = Suma de las tensiones mecánicas de los hilos de contacto y sustentador (N).

$\sum M$ = Masa lineal total (sustentador + hilo de contacto) de la catenaria (kg/m).

El tiempo que tarda el pantógrafo en recorrer un vano de la catenaria es:

$$t = \frac{3,6 \cdot L}{v} \quad [s]$$

donde:

v = Velocidad de circulación del tren (km/h).

La resonancia en el contacto entre el pantógrafo y la catenaria se producirá cuando el tiempo empleado en recorrer un vano sea igual al periodo de oscilación propio de la catenaria (T_c , inverso de la frecuencia), es decir:

$$t = T_c = \frac{1}{f_c} \quad [s]$$

Por tanto puede calcularse de forma aproximada la velocidad crítica de circulación del vehículo para que no se produzca el fenómeno de resonancia en el pantógrafo:

$$v_c = 3,6 \cdot L \cdot \beta \cdot f_c \quad [km/h]$$

β es un coeficiente empírico que varía entre 0,7 y 1,2.

Esta velocidad crítica depende de factores externos al sistema, por lo que existen otras expresiones de cálculo, como la siguiente [13]:

$$v = \frac{3,6 \cdot L}{\frac{1}{z} + b} \cdot \sqrt{\frac{\sum T}{\sum M}} \quad [km/h]$$

donde:

$$b = 0.435$$

z toma valores 1, 2, ó 3 según se trate de la velocidad crítica fundamental o de las secundarias.

Circulando a la velocidad crítica el tiempo empleado en recorrer un vano es igual al periodo de oscilación propia de la línea. Para aumentar el valor de la velocidad crítica pueden realizarse las siguientes acciones:

- Aumentar las tensiones mecánicas de los cables e hilos de la catenaria, en especial la del hilo de contacto.
- Disminuir la masa lineal del sistema, instalando cables de poca sección, colocando brazos de atirantado de poco peso y péndolas con grifas más ligeras.

La UIC recomienda no permanecer circulando a una velocidad v en un intervalo de $\pm 10 \%$ del valor teórico calculado para estas velocidades críticas, ya que el efecto de resonancia que aparece tiene, según [27], un carácter transitorio que se atenúa circulando fuera del intervalo citado.

5.10 SISTEMA DE CAPTACION POR TERCER CARRIL SUPERIOR.

Este sistema de captación se denomina habitualmente como *catenaria rígida*. Consiste básicamente en la colocación de un perfil metálico sobre el eje de la vía, de la misma forma que se dispone el hilo de contacto de la catenaria. Sin embargo, la corriente eléctrica es transmitida por un hilo de cobre y por el propio perfil metálico, generalmente de aluminio.

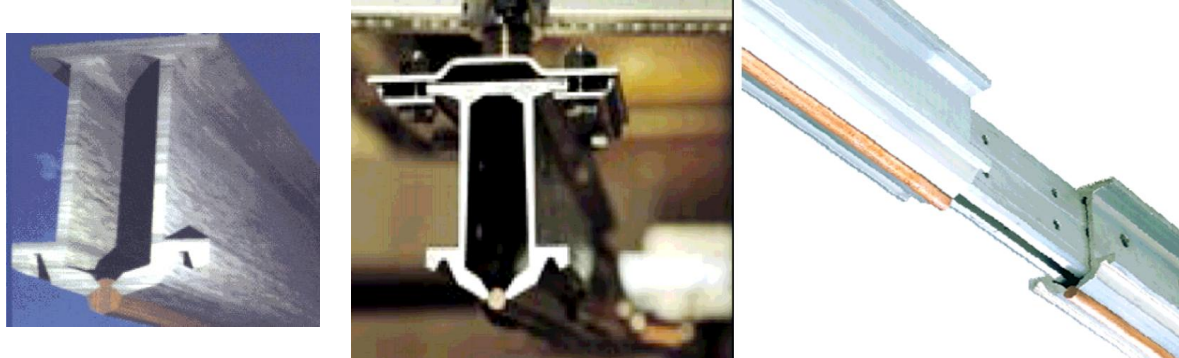
La idea de este sistema surge de la necesidad de aumentar la seguridad debido a contactos con el tercer carril inferior, sobre todo en líneas de metropolitanos. Por ese motivo se decide instalar el tercer carril colgado del techo, de forma que sea inaccesible a contactos accidentales [2].

Ventajas de la catenaria rígida:

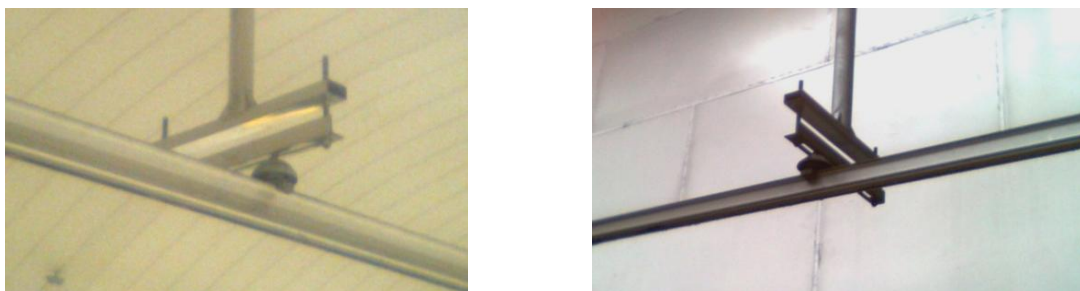
- Elevada fiabilidad.
- Mantenimiento reducido.
- Bajas exigencias de gálibo.
- Gran capacidad de transporte de corriente.
- Elevada seguridad para las circulaciones.

Los perfiles de aluminio (10 a 15 m) son acoplados por bulones o soldaduras para constituir barras de 200 a 250 metros. Dichas barras son curvadas para obtener un descentramiento respecto al eje de la vía y evitar el desgaste localizado de la banda de frotamiento de los pantógrafos. La mayor desventaja del sistema es la restringida longitud del vano de 5 a 12 m debido al peso del perfil de aluminio. Dependiendo de la velocidad de circulación requiere de 2 a 6 veces el número de uniones al techo en relación a la catenaria clásica.

El perfil de aleación de aluminio e hilo de contacto de cobre fijado por pinzas elásticas presentan una elevada conductividad eléctrica y facilidad de montaje.



Imágenes 5.35, 5.36 y 5.37: Perfil de aluminio de catenaria rígida sustentando el cable de cobre [6].



Imágenes 5.38 y 5.39: Soportes del perfil de la catenaria rígida. Metro de Madrid.

El conjunto posee una elevada sección conductora (1500 mm^2) que le hace susceptible de ser utilizado con tensiones eléctricas reducidas (750/1.500 V) sin necesidad de feeder de acompañamiento, así como un reducido número de elementos constitutivos (del orden de la décima parte que en catenaria convencional).

Este perfil tiene un mantenimiento muy reducido, y el límite de desgaste viene fijado por el riesgo de que el perfil de aluminio sea atacado por el pantógrafo. Debido a que se requieren pequeñas alturas para el montaje, este sistema es idóneo para gálibos reducidos como es el caso de los túneles.

Puesto que la velocidad nominal de circulación es de 80 km/h, excepcionalmente aumentada hasta 140 km/h, su aplicación queda restringida a metropolitanos. También es empleado por trenes sub – urbanos o de Cercanías en los túneles que atraviesan las ciudades, así como trenes de largo recorrido que emplean dichos soterramientos durante el trayecto[2].

CAPÍTULO 6.
PANTÓGRAFO: DESCRIPCIÓN,
TIPOS Y CARACTERÍSTICAS.

El pantógrafo, situado en el techo de la locomotora, toma del hilo de contacto la corriente eléctrica necesaria para el funcionamiento de la misma, tanto en reposo como en circulación [2].

La catenaria debe garantizar el suministro de la corriente eléctrica para la circulación del tren, y en consecuencia, debe diseñarse para que en todo momento exista contacto entre el pantógrafo y el hilo de la catenaria. La función del pantógrafo es óptima cuando no se producen desconexiones entre el frotador y el hilo de contacto durante la circulación. Las pérdidas de contacto se producen principalmente por la inercia del pantógrafo, que le impide adquirir las aceleraciones instantáneas según las perturbaciones del hilo de contacto, como variaciones de altura; por este motivo se tiende a reducir la masa dinámica del pantógrafo.

Es importante señalar que la estructura tiene que ejercer una fuerza suficiente para permitir el contacto continuo, pero también tiene que permitir que la mesilla descienda cuando lo haga el hilo de contacto, como por ejemplo en túneles o puentes donde debido al gálibo la distancia entre el hilo de contacto y el techo del vehículo disminuye[31].

6.1 EVOLUCIÓN HISTÓRICA DEL PANTÓGRAFO.

6.1.1 PANTÓGRAFO SIMÉTRICO POLIGONAL.

Los primeros pantógrafos diseñados y puestos en servicio presentaban una geometría simétrica poligonal:

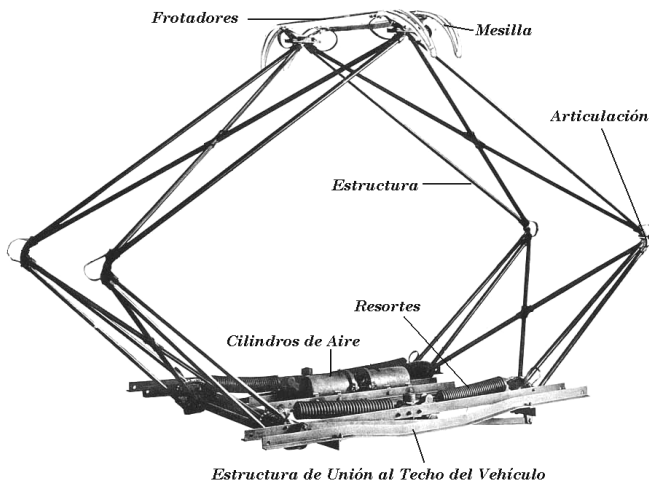


Figura 6.1: Pantógrafo simétrico poligonal [2].



Imagen 6.2: Locomotoras serie 110 de la DB [4].

La estructura está formada por un polígono articulado, y el movimiento de la misma permite absorber la diferencia de altura existente entre la vía y la catenaria, así como los movimientos verticales y transversales propios de la dinámica de la marcha. El polígono articulado finaliza en una mesilla (arco) superior en donde se encuentran los frotadores (generalmente dos, dependiendo del diseño). En su parte inferior el sistema necesita aisladores eléctricos que permitan aislar el techo de la unidad ferroviaria de la corriente eléctrica captada. Este diseño se convirtió en un clásico para todas las administraciones ferroviarias, y perduró con pocas modificaciones durante décadas.

Las características constructivas de estos pantógrafos se adecuaban a velocidades relativamente bajas (120 km/h), debido sobre todo a la masa elevada del conjunto mecánico. Una masa reducida se vería menos afectada por la dinámica del movimiento a altas velocidades, por lo que reducir la inercia del pantógrafo se convierte en un aspecto clave en su evolución hacia el pantógrafo asimétricos. De esta forma podrán alcanzarse velocidades comerciales superiores a los 160 y 200 km/h [31].

Actualmente, el empleo de pantógrafos pentagonales en vehículos de nuevo diseño ha sido descartado en la gran mayoría de las administraciones ferroviarias, en beneficio de los pantógrafos asimétricos, que han demostrado mejores prestaciones en servicio. Existen excepciones, como la administración italiana FS, que tras el buen resultado obtenido con estos pantógrafos durante años, aún los emplea en vehículos modernos [35].



Imagen 6.3: Cabeza motriz del tren de alta velocidad ETR 500, FS [4].

En cualquier caso, las locomotoras que circulan actualmente con este tipo de pantógrafos suelen ser series antiguas reformadas.

6.1.2 PANTÓGRAFO ASIMÉTRICO.

Los pantógrafos asimétricos se desarrollan para mejorar las características en la toma de corriente, sobre todo tras los aumentos de las velocidades de circulación. También se denominan pantógrafos Z o medios pantógrafos.

Los pantógrafos asimétricos y simétricos se han empleado de forma conjunta durante muchos años, en las últimas décadas del siglo pasado. En todo este tiempo han mostraron mejores características mecánicas y dinámicas, sobre todo a nivel de reducción de masa. Su implantación hoy en día es prácticamente absoluta, y ha demostrado ser capaz de resistir esfuerzos dinámicos a muy altas velocidades, tanto en servicio como en experimentación.

El pantógrafo, por la función que desempeña, ha de diseñarse con unos criterios óptimos de comportamiento, entre los que se encuentran [32]:

- Estructura geométrica adecuada a las necesidades de cada tren / instalación. Los criterios dinámicos requeridos no serán iguales para un pantógrafo de tipo tranviario y un pantógrafo de un tren de alta velocidad.
- Materiales con buen comportamiento a la fatiga y condiciones ambientales. En el caso de los frotadores, se emplean materiales con buen comportamiento frente al desgaste.

- Reducido mantenimiento y alta disponibilidad y fiabilidad.

Las siguientes imágenes muestran los componentes principales de los pantógrafos asimétricos.

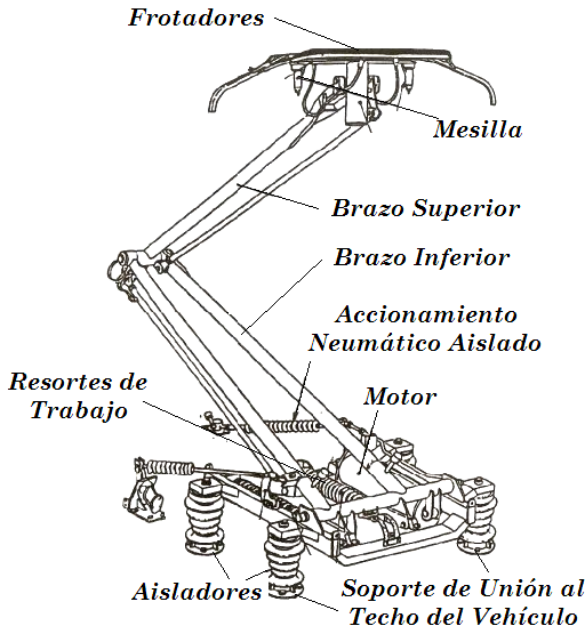


Figura 6.4: Componentes del pantógrafo asimétrico [2].

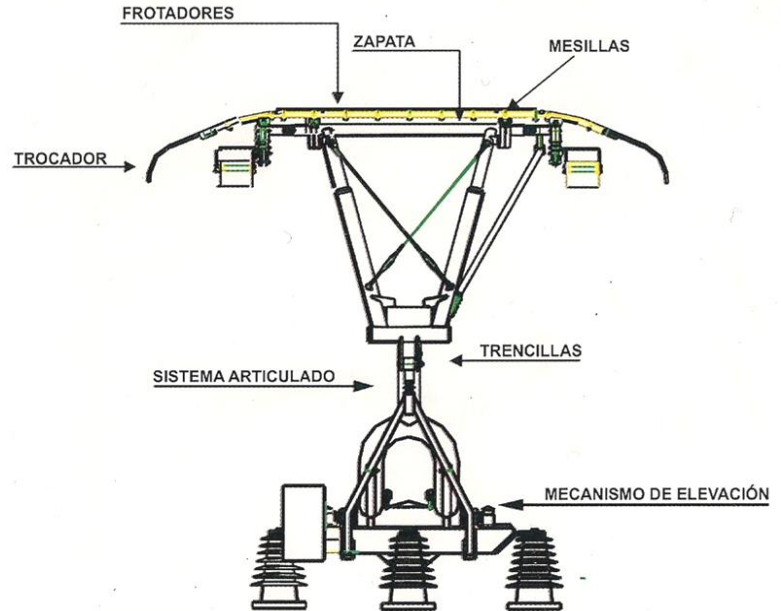


Figura 6.5: Esquema pantógrafo [9].

Los principales componentes del pantógrafo son [9, 25]:

- **Bastidor y soportes aislantes:** El bastidor está constituido por perfiles de acero, unidos por soldadura. Soporta el resto de partes del pantógrafo: sistema articulado, punto de amarre de los resortes, cilindro neumático, topes elásticos para el pantógrafo plegado. El bastidor se fija a la estructura del techo por medio de aisladores, que aíslan eléctricamente el techo del vehículo.
- **Sistema articulado (armazón):** conjunto de eslabones y brazos que dan forma al pantógrafo y permiten variar su altura, desde la posición de plegado hasta la altura de captación.
- **Sistema de resortes equilibradores:** Permiten modificar la geometría de la estructura, asegurando una correcta fuerza de contacto. Trabajan en paralelo, equilibrando permanentemente la masa del sistema articulado, y asegura la bajada y subida del pantógrafo.
- **Mecanismo de mando:** Está formado por un cilindro neumático fijado al bastidor, y cuya única misión es la de contribuir al control del pantógrafo. La energía necesaria para efectuar el descenso es suministrada por los resortes. El aire comprimido del cilindro interviene para anular el esfuerzo de estos resortes cuando se quiere hacer subir el pantógrafo. El movimiento se origina en el cilindro, dentro del cual desliza un pistón solicitado en una de sus caras por los resortes de descenso

y en la otra por el aire comprimido contenido en la cámara.

- **Caja de válvulas:** Su misión es regular las velocidades de subida y descenso del pantógrafo, de tal forma que se permita a las bandas de contacto alcanzar suavemente el hilo de contacto de la catenaria y obtener un despegue rápido cuando se efectúa una bajada, sin llegar a golpear fuertemente los topes de reposo.
- **Amortiguador:** su misión es aminorar los movimientos de bajada del sistema articulado, al objeto de disminuir las variaciones de la fuerza de contacto entre el pantógrafo y la catenaria y mejorar la calidad de captación de corriente. El amortiguador sólo trabaja cuando el pantógrafo está bajando (amortiguador a tracción).
- **Mesilla:** Estructura superior del pantógrafo, que sirve de soporte para los frotadores de captación. En sus extremos transversales se instalan los *cuernos de reatrapado* del hilo de contacto de agujas aéreas (también llamados trocadores), para evitar enganchar el hilo de contacto. El conjunto de la mesilla con los frotadores constituye la articulación superior.
- **Frotador:** Componente del pantógrafo que capta la corriente del hilo de contacto, unido elásticamente al sistema articulado por medio de pistones equipados con muelles de recuperación, encargados de absorber las vibraciones y movimientos de pequeña amplitud del hilo de contacto.
- **Trenzas de conexión:** Cables de cobre flexible que garantizan la transmisión de corriente a lo largo del pantógrafo.

Las principales ventajas de los pantógrafos asimétricos son las siguientes [2]:

- Permiten captar electricidad sin interrupciones (despegues) a velocidades del orden de 200 km/h [32].
- El menor número de barras permite reducir masas e inercias mínimo necesario.
- El sistema de accionamiento neumático permite corregir las desviaciones geométricas producidas durante el ascenso y descenso.
- Se reduce el número de articulaciones, que derivan en holguras y funcionamiento incorrecto.
- Disminuye el mantenimiento y los costes de producción.

Generalmente, las locomotoras eléctricas poseen un pantógrafo asimétrico en cada extremo, que capta la corriente dependiendo del sentido de la marcha. Las llamadas locomotoras policorrientes poseen más de dos pantógrafos en el techo, ya que son capaces de tomar electricidad a diferentes tensiones y frecuencias.

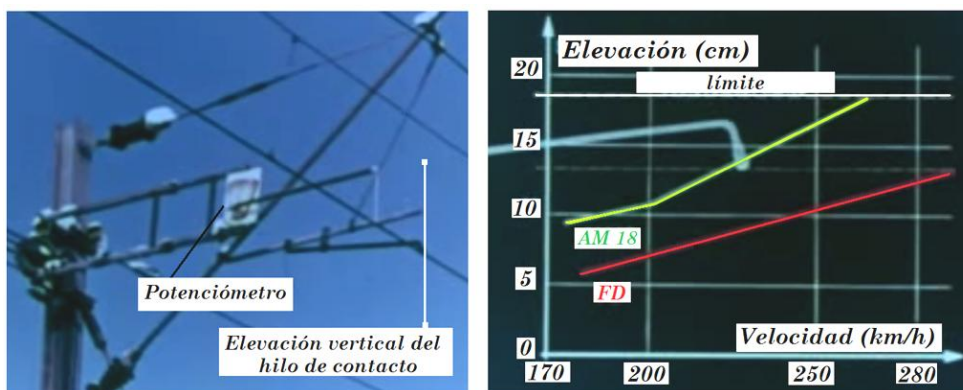
6.1.3 PANTÓGRAFO POLIGONAL DE DOBLE ETAPA.

El pantógrafo poligonal de doble etapa se desarrolla en el año 1969 por la SNCF para el estudio del problema de captación de corriente a alta velocidad. Introduce así mismo un nuevo tipo de captador con masa reducida [36, 37].

En la locomotora CC 21001 de SNCF se instaló un pantógrafo poligonal en el que se sustituyó la mesilla por un pantógrafo asimétrico simple más pequeño, de muy corta longitud de desarrollo, modelo FD (faible développement = bajo desarrollo).



Para comparar los efectos sobre la catenaria de este pantógrafo frente a un pantógrafo convencional, modelo AM 18, se instalan en las ménsulas potenciómetros para medir la elevación del hilo de contacto:



En tramos de ensayo con catenaria convencional, altura del hilo de contacto variable, la estructura poligonal se articula para absorber las grandes diferencias de altura que presenta, como por ejemplo bajo un paso elevado para vehículos.

En LAV con altura de hilo constante, sólo el pantógrafo FD se articula siguiendo las vibraciones del hilo, ya que la altura del pantógrafo simétrico poligonal permanece prácticamente constante.

La siguiente gráfica muestra cómo empleando pantógrafos de doble etapa se reduce la amplitud de la vibración del hilo de contacto. Con pantógrafo simple la amplitud aumenta rápidamente al incrementarse la velocidad, mientras que con el pantógrafo de doble etapa los incrementos de amplitud son menores.

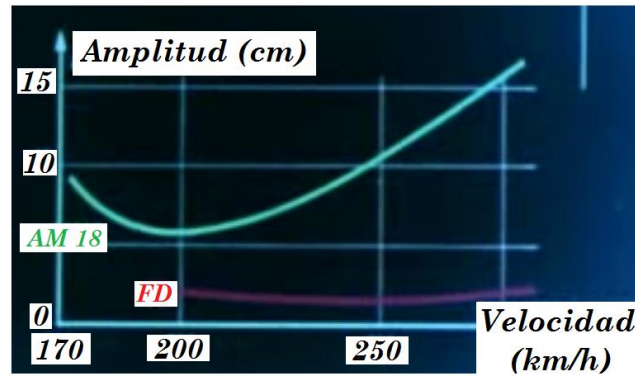


Figura 6.10: Amplitud de la deformación del hilo de contacto [36].

6.1.4 PANTÓGRAFO ASIMÉTRICO DE DOBLE ETAPA.

El pantógrafo asimétrico de doble etapa se desarrolla para mejorar el contacto con la catenaria a altas velocidades en los trenes TGV – PSE [37]. Consiste en dos pantógrafos asimétricos simples, situado el pequeño en el extremo de la estructura del pantógrafo grande. Estos pantógrafos dobles están constituidos en su parte inferior por un pantógrafo clásico sin frotador, destinado fundamentalmente a absorber las diferencias de altura del hilo de contacto. La parte superior es otro pequeño pantógrafo, previsto para recorridos de 400 mm aproximadamente, cuya misión es compensar la deformación sinusoidal del hilo de contacto entre soportes [38].

La circulación de vehículos dotados con estos pantógrafos por trayectos con hilo de contacto de altura prácticamente constante hace que la parte superior varíe su altura aproximadamente 0,20 m al pasar bajo las ménsulas (picos de baja amplitud) y la parte inferior 0,80 m cuando se aproxima a entradas de túneles (variación lenta de gran amplitud). Esto representa una masa dinámica muy baja (aproximadamente 13 kg en el pantógrafo AMDE de Faiveley mostrado en la imagen 6.11, desarrollado desde 1972).



Imagen 6.11: Pantógrafo modelo AMDE en el TGV-PSE [38].

6.2 LONGITUD DE DESARROLLO.

Se describen en este apartado las longitudes y distancias características del pantógrafo [2, 22, 26]:

- **Desarrollo del pantógrafo:** recorrido en mm desde la posición plegado hasta la altura máxima que puede alcanzar en el punto de contacto con el pantógrafo. Se establece un desarrollo del pantógrafo como mínimo de 1.700 mm.
- **Altura de captación mínima:** distancia mínima en mm, medida sobre el plano de la vía, a la que el pantógrafo debe ser capaz de tomar corriente en condiciones de seguridad. El valor mínimo establecido por RENFE es de 4.600 mm.
- **Altura de captación máxima:** distancia máxima en mm, medida sobre el plano de la vía, a la que el pantógrafo debe ser capaz de tomar corriente en condiciones de seguridad. El valor establecido por RENFE es de 6.000 mm.

Como se comentó en apartados anteriores, las mejores condiciones de captación se consiguen cuando la altura del hilo de contacto se mantiene prácticamente constante sobre el plano de la vía, y por tanto sobre el pantógrafo. Esto es posible en las LAV, que optimizan al máximo el contacto pantógrafo-catenaria. Dado que en líneas convencionales la altura del hilo de contacto varía, entre otras causas, en función del estado de la vía, el pantógrafo ha de tener una fuerza estática capaz de elevar la mesilla cuando sea necesario, de forma que no se produzcan separaciones en el contacto.

6.3 MATERIALES CONTRUCTIVOS DEL PANTÓGRAFO.

Teniendo en cuenta las condiciones dinámicas del contacto pantógrafo – catenaria, se hace necesario reducir la masa del pantógrafo, sobre todo en la mesilla.

Para la elección de los materiales de construcción han de tenerse en cuenta dos aspectos importantes: la velocidad del vehículo y la corriente de captación. Tradicionalmente, la estructura y los brazos del pantógrafo se fabricaban en acero, siendo durante años el principal material empleado. Permitían velocidades *bajas* y corrientes de captación *bajas*. Sin embargo, las estructuras de acero se ven desplazadas por las de aluminio, reduciendo sustancialmente la masa y la inercia de todos los elementos estructurales. Permite circular a mayor velocidad, aumentando así mismo la intensidad de la corriente captada [31].

Los frotadores (pletinas) son los elementos de desgaste que, situados en el arco de la mesilla, rozan el hilo de contacto de la catenaria. Por tanto, son los elementos encargados de captar la corriente, y de ellos dependerá el correcto funcionamiento del sistema. Los materiales generalmente empleados son: cobre, acero, aluminio, grafito y grafito con impregnación de cobre, dependiendo de la corriente de captación. Actualmente, se propicia el uso del grafito con impregnaciones metálicas para elevadas corrientes de captación [52].

Las ventajas de las pletinas de grafito respecto a las de metal son [39]:

- Mayor duración.
- Menor desgaste del hilo de contacto, debido a la pátina de grafito impregnada que lo protege frente a oxidación.
- Reduce la necesidad de engrasado y el mantenimiento (autolubricación).
- Bajo nivel de ruidos durante la circulación.
- Resistencia a altas temperaturas y choques térmicos.
- Alta calidad de captación de corriente.



Figura 6.12: Frotadores de carbono [39].



Figura 6.13: Pruebas de contacto entre hilo de contacto y frotadores [39].

CAPÍTULO 7.
ESTUDIO DEL CONTACTO
PANTÓGRAFO – CATENARIA.

El estudio del contacto pantógrafo – catenaria intenta establecer las condiciones óptimas de captación de corriente, de forma que el pantógrafo esté permanentemente en contacto con la catenaria. Durante el contacto, el pantógrafo ejerce cierta fuerza sobre el hilo de contacto, elevando la catenaria en esa zona. La fuerza de contacto debe ser suficiente para garantizar la transmisión de la energía eléctrica y al mismo tiempo disminuir los desgastes producidos por los arcos eléctricos, aunque también tendrá que establecerse un máximo para que el desgaste en el hilo de contacto debido al rozamiento no sea excesivo [2]. Dependiendo de la potencia requerida por la locomotora o el tren, será necesaria la circulación con uno o dos pantógrafos haciendo contacto con la catenaria. Cuando se trate de un tren *convencional*, en el que la locomotora tira o empuja de toda la composición, es habitual circular con solo un pantógrafo elevado. En el apartado de *fuerza aerodinámica* se establece la posición idónea del pantógrafo, entre las cuatro posibilidades posibles.

Por otro lado, los trenes automotores que poseen más de un pantógrafo (habitualmente dos), disponen de líneas de alta tensión a lo largo del techo del tren, conectando las dos cabezas tractoras o dando corriente a todos los coches motores en caso de tracción distribuida. De esta forma, se evita circular con los dos pantógrafos elevados, ya que el paso del primer pantógrafo perturba la catenaria de tal forma que el segundo contactaría con una catenaria oscilante, dificultando la correcta toma de corriente debido al incremento de las fuerzas dinámicas [33].



Imagen 7.1: Línea de alta tensión en el techo de un automotor TGV [37].

Sin embargo, hay automotores que sí circulan con los dos pantógrafos contactando con la catenaria cuando la distancia entre ellos es suficientemente grande para que las vibraciones del primero no afecten negativamente al segundo o cuando son dos unidades cortas independientes circulando en doble composición (trenes de Cercanías).

Conviene tener presente que la calidad del contacto se verá influida por parámetros ajenos al pantógrafo, tales como el estado de la catenaria, el estado de la vía, condiciones climáticas... [22, 23, 24]. La calidad de la captación de corriente depende del contacto adecuado entre el pantógrafo y la catenaria, del tal forma que se minimicen los despegues (arcos eléctricos) entre ambos, eliminando el suministro de potencia del tren y desgastando el hilo de contacto. El número de arcos producidos por kilómetro es una medida habitual de la calidad del contacto. El tiempo de interrupción de corriente debido a los mismos no debe superar un porcentaje del tiempo total invertido en el trayecto. Los índices de cuantificación se recogen en las recomendaciones de la UIC o bien en las de la administración ferroviaria concreta.

7.1 FUERZA DE INTERACCIÓN PANTÓGRAFO – CATENARIA.

La fuerza que ejerce el pantógrafo sobre la catenaria durante el movimiento es suma de tres componentes:

$$F_{media} = F_{estática} + F_{aerodinámica} + F_{dinámica} \quad [daN]$$

Cada una de ellas tiene diferente influencia ya que, por ejemplo, la fuerza estática siempre actúa en el contacto, mientras que la fuerza aerodinámica puede contribuir a mejorar la captación o bien empeorarla, dependiendo del valor que adquiera [22, 23, 24, 34].

La fuerza total (comúnmente llamada fuerza media) ejercida por el pantógrafo sobre la catenaria es un parámetro fundamental para que la captación de la corriente se realice de forma adecuada. La siguiente gráfica muestra a forma de ejemplo la relación entre esta fuerza y la velocidad, para un pantógrafo determinado.

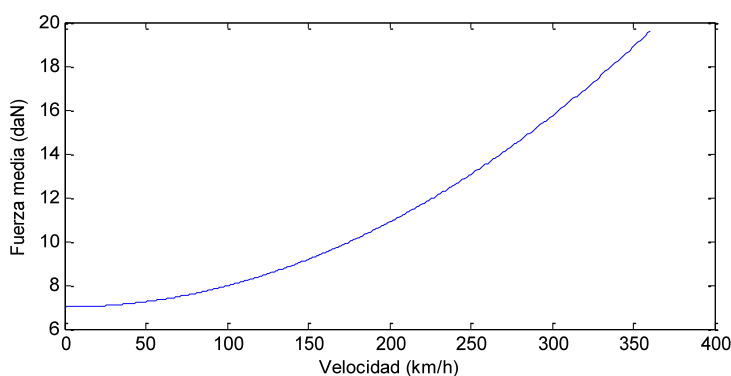


Figura 7.2: Representación gráfica de la fuerza de contacto, $F_{media} = 0.000097 \cdot v^2 + 7$ daN (Matlab).

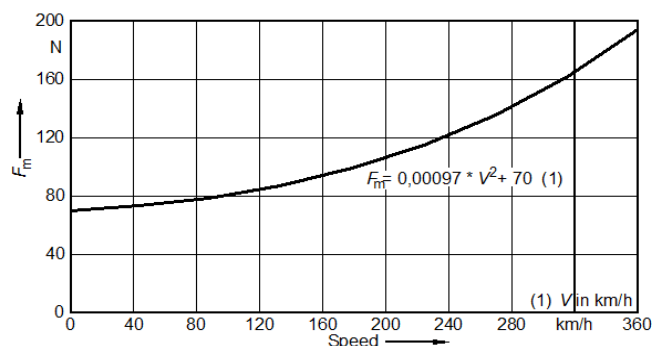


Figura 7.3: F_{media} , Gráfica de la fuerza de la figura 6.2 correspondiente a [40].

7.1.1 FUERZA ESTÁTICA.

La fuerza estática representa la fuerza de contacto entre el pantógrafo y la catenaria con el vehículo parado ($v = 0$ m/s) [22, 23, 24]. Esta fuerza siempre está presente, y es la que mantiene el contacto, por ejemplo, cuando la locomotora o vehículo automotor se encuentra detenido en una estación. Es consecuencia de la acción de los resortes del pantógrafo sobre su estructura. Estos resortes tienen un sistema de regulación que permite ajustar el par producido durante el ascenso y descenso, a fin de mantener la F_e dentro de los valores previstos. Los resortes actúan gracias al efecto de los actuadores neumáticos.

Las condiciones idóneas de funcionamiento establecen una F_e prácticamente constante, si bien se admiten variaciones de aproximadamente ± 10 N (1 daN). Esta variación supone un 10% del valor medio de la fuerza estática, que suele establecerse en 10 daN aproximadamente (dependiendo de las características del pantógrafo la fuerza estática tendrá un valor entre 7 y 10 daN).

Cada pantógrafo es sometido, después de su fabricación, a un ensayo durante el que se registran los valores de esfuerzo estático, tanto en su movimiento ascendente como descendente, representándose ambas curvas en un gráfico similar al siguiente [22, 25]:

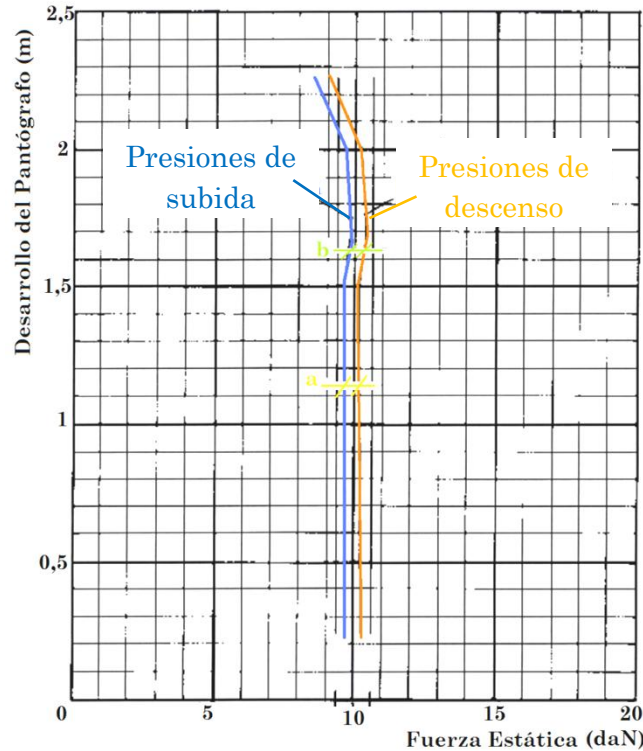


Figura 7.4: Fuerza estática en función del desarrollo y del movimiento ascendente o descendente del pantógrafo [25].

Como se observa, la fuerza estática es prácticamente constante durante todo el desarrollo, con pequeñas variaciones al alcanzar la longitud máxima. Para comprobar el esfuerzo estático se emplean dinamómetros, quedando registrados los esfuerzos de forma lo más continua posible durante la subida y bajada. Las dos curvas obtenidas deben estar separadas como máximo por un valor “a” y quedar comprendidas entre dos verticales separadas como máximo por un valor “b”, para los desarrollos comprendidos entre 1/10 y 4/5 del total. Estos parámetros “a” y “b” tienen los siguientes valores: $a = 0,5 \text{ daN}$ y $b = 1,2 \text{ daN}$.

Cuando la comprobación de esfuerzo estático se realiza en un banco de ensayos fuera del vehículo, antes de instalarse, deberá verificarse que no se ha producido ninguna variación del reglaje del esfuerzo durante las operaciones de transporte y montaje sobre el vehículo [22].

En la documentación asociada a cada pantógrafo el fabricante indica el procedimiento concreto de ajuste del esfuerzo estático. Al comienzo de las pruebas de ajuste, generalmente debido a fenómenos de histéresis, existirán dos valores de fuerza F_1 y F_2 para los cuales el pantógrafo, una vez levantado, comenzará a subir y bajar ante una ligera presión. Se considerará la fuerza estática como el valor medio de estos dos valores. Cuando se inician las pruebas aerodinámicas de ajuste, se puede corroborar mediante el uso de tirantes y células de carga [23, 24].

Es importante señalar que existen sistemas capaces de regular la fuerza estática, de forma que se mantenga fija hasta una velocidad de, por ejemplo, 160 km/h , aumentando el valor de la fuerza estática una vez superado esta velocidad [38].

7.1.2 FUERZA AERODINÁMICA.

Esta componente de la fuerza se debe a los esfuerzos aerodinámicos de la mesilla y de los brazos del pantógrafo [22, 23, 24, 34]. A altas velocidades se convierte en el factor predominante del esfuerzo de contacto, debido a su dependencia con v^2 . Además, la componente aerodinámica varía con la longitud de desarrollo del pantógrafo y la altura del hilo de contacto, motivo por el cual es importante mantener dicha altura constante para captaciones a alta velocidad.

Depende así mismo de la posición del pantógrafo en el vehículo, de su geometría y de la incorporación de alerones o deflectores en la mesilla [34, 41]. Estos deflectores pueden variar la distribución de esfuerzos que ejerce cada frotador sobre el hilo de contacto. El efecto de la capa límite y turbulencias del aire en el techo de la locomotora afecta la sustentación aerodinámica de la mesilla.

Es importante señalar que la fuerza total de la mesilla sobre el hilo de contacto no tiene porqué estar distribuida al 50% entre ambos frotadores. De hecho, durante el contacto en movimiento, la fuerza de rozamiento que ejerce el hilo de contacto sobre las pletinas creará un momento de giro en la mesilla, aumentando el esfuerzo en la pletina delantera [33, 34].

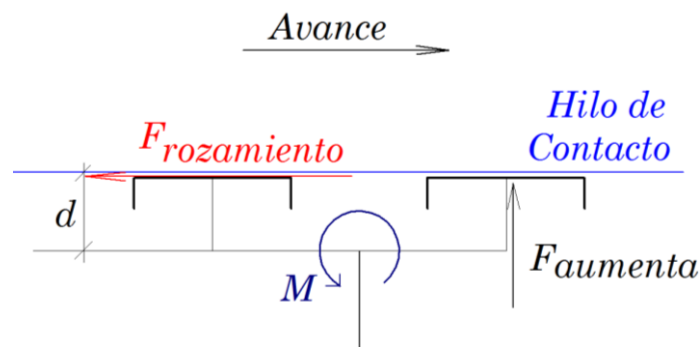


Figura 7.5: Incremento de la fuerza de contacto en la pletina delantera de la mesilla.

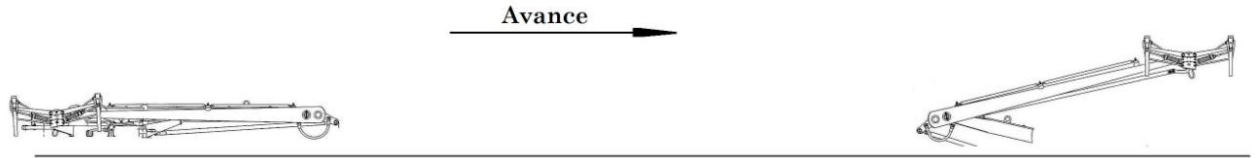
Por este motivo se buscará un ajuste aerodinámico que haga que el esfuerzo de la pletina trasera sea superior al de la delantera.



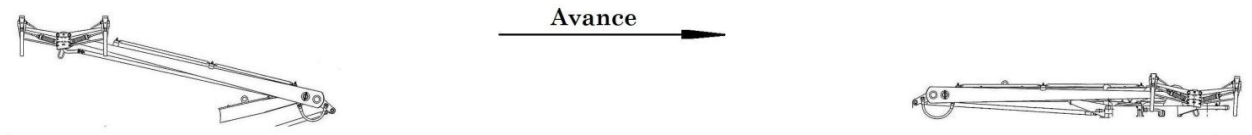
Imagen 7.6: Detalle del deflector aerodinámico [41].

Existen cuatro disposiciones habituales de los pantógrafos sobre el techo del vehículo [2]:

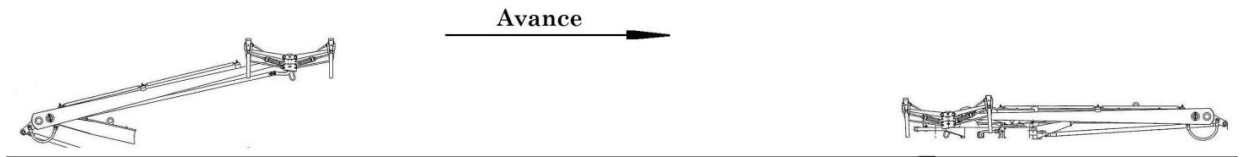
– *Configuración 1:* vértices de los pantógrafos orientados hacia el interior del vehículo, estando levantado durante la marcha el pantógrafo anterior.



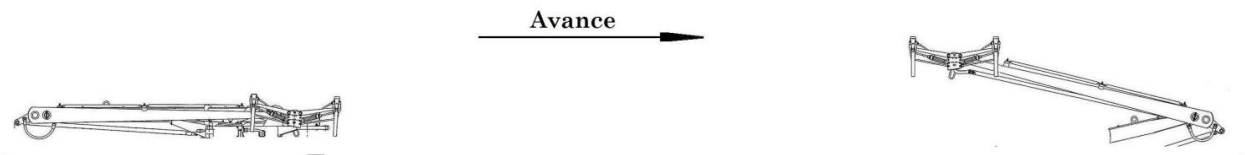
– *Configuración 2:* pantógrafos posicionados como en 1, circulando en este caso el pantógrafo posterior levantado.



– *Configuración 3:* pantógrafos con los vértices orientados hacia el exterior del vehículo, estando elevado el pantógrafo posterior.



– *Configuración 4:* pantógrafos posicionados como 3, captando la corriente el pantógrafo anterior.



Teniendo en cuenta las líneas de corriente del aire sobre el techo de la locomotora, medidas tanto en túneles de viento como en pruebas en circulación [25], se determina que la configuración 2 es la más adecuada para la circulación (excepto para pantógrafos diseñados específicamente para otras configuraciones). Se trata, por tanto, de posicionarlos de forma que los vértices apunten hacia el interior del vehículo, circulando con el pantógrafo posterior elevado. En cualquier caso, las configuraciones 3 y 2 han sido y siguen siendo las más utilizadas en todas las administraciones ferroviarias.

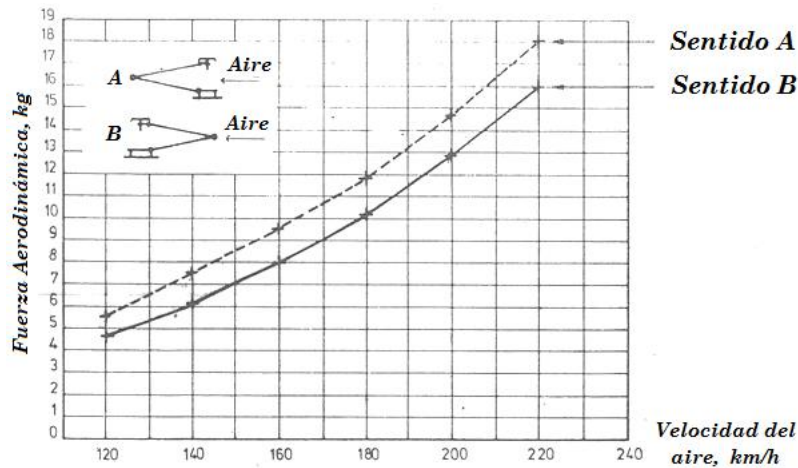


Figura 7.7: Fuerza aerodinámica sobre el pantógrafo en función de la velocidad del aire [25].

Aún en situaciones particulares en las que la locomotora debe circular utilizando el pantógrafo delantero (sentido A en el gráfico anterior) y considerando un diseño aerodinámico desfavorable, la velocidad máxima suele estar en torno a 160 km/h .

Durante los ajustes del esfuerzo aerodinámico se intenta conseguir el esfuerzo total necesario, teniendo en cuenta el esfuerzo estático calibrado.

La tabla siguiente recoge los valores aproximados de fuerza aerodinámica a la que se ven sometidos algunos pantógrafos:

Modelo	$F_{\text{aerodinámica}}$
AM 18 U Faiveley	1 daN a 100 km/h ; hasta 10 daN a 200 km/h
Pantógrafo doble etapa AMDE	6 daN a 260 km/h

Tabla 7.1: Fuerza aerodinámica [38].

Ensayos Aerodinámicos.

Los ensayos aerodinámicos permiten determinar la variación de la fuerza de contacto debido a los efectos de la velocidad y la aerodinámica de la geometría empleada. Estos ensayos se efectúan en túnel de viento (ver imagen 7.11) o con el pantógrafo montado sobre un vehículo, circulando a distintas velocidades. Es preciso medir el esfuerzo vertical hacia arriba ejercido por el pantógrafo, comprobando que no aparezca en el frotador un desequilibrio debido al efecto aerodinámico, que produzca una descarga de las bandas de frotamiento traseras y la sobrecarga de las delanteras (ver figura 7.5) [34]. Los ensayos realizados en vehículo de pruebas se realizan con el pantógrafo levantado, pero sin hacer contacto con la catenaria, quedando retenido el pantógrafo a cierta distancia de seguridad por debajo del hilo de contacto (entre 150 y 200 mm) por medio de un sistema medidor de esfuerzo y tirantes, como el mostrado en la siguiente figura [22, 23, 24]:

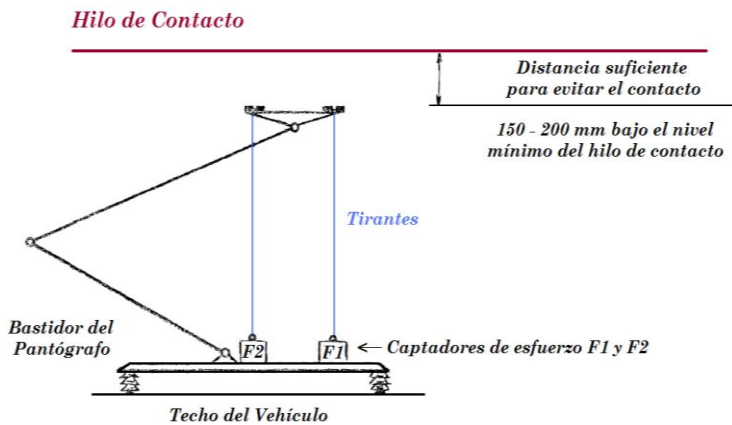


Figura 7.8: Sistema de medición de esfuerzos aerodinámicos [22].



Imagen 7.9: Sistema de medición de esfuerzos aerodinámicos sobre pantógrafo Schunk [42].

Para evitar interferencias aerodinámicas es preciso que la locomotora que traccione o empuje el tren de prueba tenga situado el pantógrafo que capta la corriente eléctrica detrás del pantógrafo que se está ensayando, o bien que estén lo más alejado el uno del otro [29, 31]. Las mediciones de esfuerzos se hacen en ambos sentidos de marcha y con distintos desarrollos del pantógrafo, para distintas velocidades y si es posible hasta la máxima velocidad de explotación del pantógrafo. Mientras se esté circulando a velocidad máxima se comprueba que se puede conseguir el descenso del pantógrafo hasta su posición final de reposo.

La siguiente imagen muestra el procedimiento de medida empleado en túnel de viento. Se registra, con la ayuda del dispositivo de medida, el esfuerzo que hay que realizar para mantener el arco del pantógrafo a una altura H constante, estando sometido a una corriente de aire v . En ausencia de contacto con la catenaria, la variación de esta medida en función de la velocidad permite cuantificar el esfuerzo aerodinámico a fin de establecer la ley de variación $F_a = f(v)$ para cada tipo de pantógrafo.

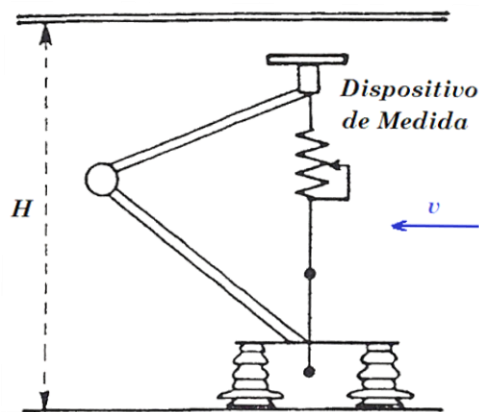


Figura 7.10: Proceso de medida del esfuerzo aerodinámico [22, 23].

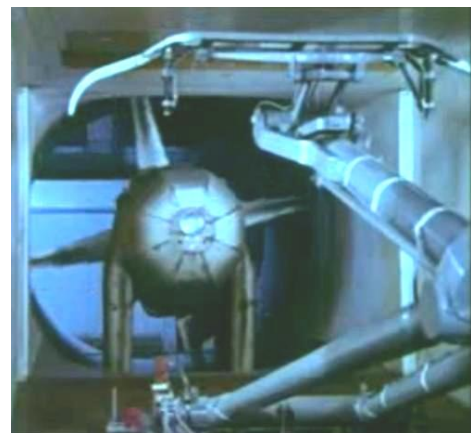


Imagen 7.11: Medición de esfuerzos en túnel de viento, pantógrafo AMDE doble etapa [36].

Cuando se realizan ensayos en túnel de viento con el pantógrafo asilado, deberán verificarse los resultados obtenidos, y hacer los reglajes necesarios debido a la influencia del efecto aerodinámico del testero y techo del vehículo y de los equipos montados en el mismo [33].

La gráfica siguiente muestra la dispersión obtenida durante ensayos en túnel de viento para el pantógrafo Faiveley AM 18 U, que mediante ajustes $F_a = f(v)$:

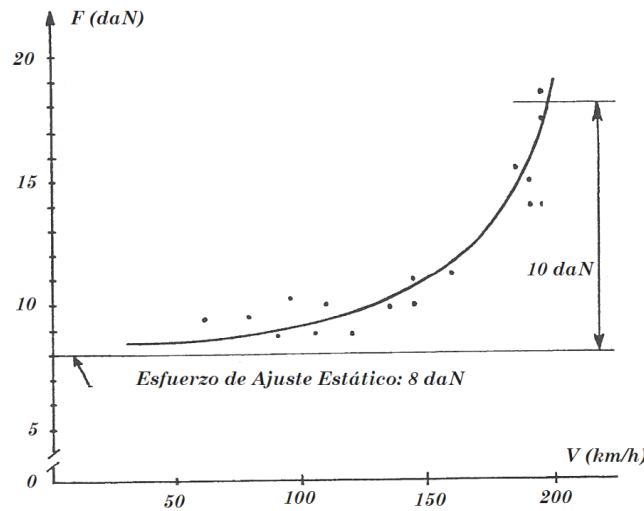


Figura 7.12: Variación del esfuerzo aerodinámico en función de la velocidad.
Pantógrafo AM 18 U [34].

7.1.3 FUERZA DINÁMICA.

Las oscilaciones del pantógrafo debido a su inercia y las vibraciones provocadas por la excitación de la catenaria generan la fuerza dinámica de contacto [22, 23, 24, 34]. Esta componente se ve influenciada por la configuración de los pantógrafos, su geometría y el material de la mesilla. Durante el movimiento, las ondas acústicas y vibraciones pueden cortar el contacto, degradando la captación de corriente.

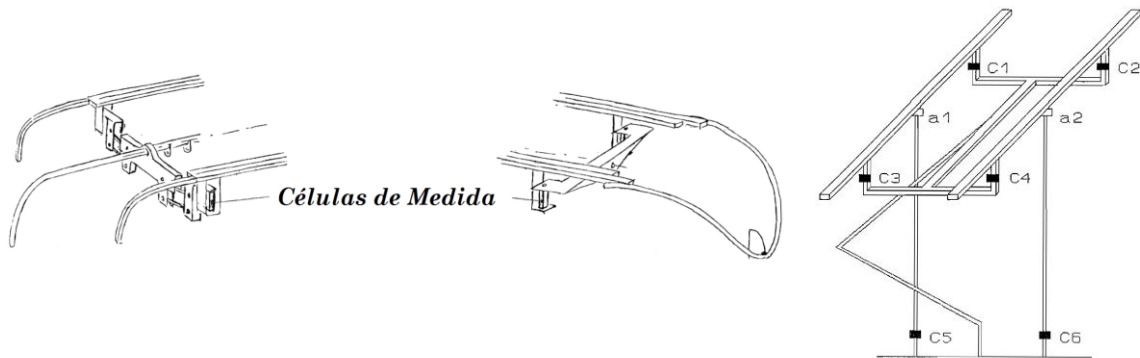
La fuerza dinámica del sistema pantógrafo – catenaria es un fenómeno aleatorio. El valor absoluto de la fuerza dinámica es proporcional a la masa dinámica del pantógrafo y a la amplitud de la deformación del hilo de contacto; su signo es variable. Las aceleraciones negativas disminuyen el esfuerzo de contacto hasta anularlo a ciertas velocidades, pudiendo llegar a producir arcos eléctricos. Las aceleraciones positivas aumentan el esfuerzo de contacto con el riesgo de producir enganches con el hilo de contacto y su rotura si se supera la tensión admisible.

El comportamiento dinámico de un pantógrafo en una determinada catenaria se valora por el número de despegues (arcos eléctricos) por kilómetro, por el tanto por ciento de tiempo de despegue y por las variaciones dinámicas del esfuerzo de contacto entre el hilo y el frotador [22, 25, 33]. También se valoran los desplazamientos y aceleraciones verticales del pantógrafo, en función de la velocidad de circulación hasta llegar a la velocidad máxima.

Ensayos Dinámicos.

A velocidades bajas los efectos dinámicos tienen menor impacto, por lo que se realiza la toma de datos en ensayos a velocidades a partir de 100 km/h [22, 23, 24, 34].

El esfuerzo de contacto se mide por medio de células de carga dispuestas en la suspensión o en las bandas de contacto del frotador, para lo cual será preciso modificar una mesilla instrumentándola de forma que las variaciones geométricas afecten lo menos posible a las características aerodinámicas. Cada tipo de pantógrafo requiere un estudio particularizado de la instrumentación, adaptándola al diseño del propio pantógrafo. En cualquier caso, el sistema de medida deberá tener en cuenta que los captadores deben ser insensibles a los cambios de temperatura, campos eléctricos y magnéticos que puedan presentarse.



Figuras 7.13 y 7.14: Posición de las células de carga en dos pantógrafos [22].

Las células 1, 2, 3 y 4, junto con los acelerómetros a1 y a2, se disponen esencialmente para medida de esfuerzos dinámicos, si bien pueden también emplearse en ensayos aerodinámicos. Las células 5 y 6 están previstas únicamente para la medida del esfuerzo aerodinámico, unidas a los frotadores con tirantes (ver figura 7.8).

Según la disposición de las células, las operaciones y medidas tomadas serán diferentes. En el esquema mostrado, las células no captan la aerodinámica de la parte central de la mesilla, F_{a2} , pero sí la dinámica y aerodinámica de los frotadores.

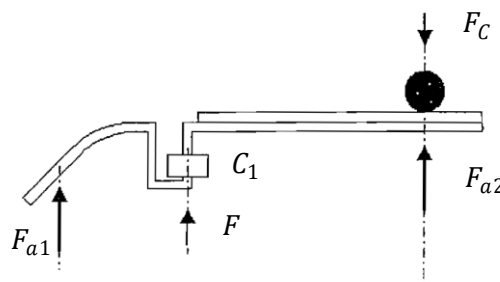


Figura 7.15: Fuerzas medidas en la mesilla [22].

Los esfuerzos dinámicos entre pantógrafo y catenaria se ajustan a una distribución de Gauss, por tanto, la desviación típica σ puede tomarse como una indicación directa del comportamiento dinámico del pantógrafo en la catenaria bajo la que esté circulado (mejor comportamiento para menor σ) [22, 23, 24].

Los esfuerzos de contacto altos, debido al mayor rozamiento, producen un mayor desgaste de todo el tendido; los bajos, debido a los arcos eléctricos, producen mayor desgaste en los frotadores de la mesilla.

7.1.3.1 ARCO ELÉCTRICO.

Cuando el valor de la fuerza de contacto es inferior a la mínima necesaria, la posibilidad de despegues (pérdida de contacto) aumenta considerablemente. No es recomendable que ésta descienda de 5 daN. Durante el despegue se produce un arco eléctrico por la ionización del aire entre el pantógrafo y el hilo de contacto, debido a la corriente de alta intensidad que circula entre ambos [2, 22, 23, 24]. El arco eléctrico provoca chispas que dañan los frotadores y los hilos. Emite luz ultravioleta, por lo que se usan sensores sensibles a esta radiación para evaluar los arcos producidos.

Entre las causas del descenso de la fuerza de contacto se encuentran las vibraciones de la catenaria durante la circulación, **no necesariamente a altas velocidades**, que pueden hacer que en momentos determinados se pierda el contacto entre el frotador y el hilo. También una incorrecta geometría de la catenaria puede separar las pletinas de los hilos de contacto, como el paso por los puntos de unión con las ménsulas durante el arranque. Los puntos *duros* en catenarias rígidas, como las empleadas en túneles en las ciudades, provocan arcos eléctricos a baja velocidad, tanto en las unidades de Cercanías como en otros trenes de pasajeros que circulan por ellos.

La importancia de un despegue individual dependerá, aparte de su duración, de las características del arco producido, de la tensión en la catenaria en ese momento y la intensidad eléctrica captada por el pantógrafo.



Imagen 7.16: Arco eléctrico en un tranvía producido por el ascenso del pantógrafo tras pasar bajo un puente en el que la altura del hilo de contacto ha descendido [4].



Imagen 7.17: Arco eléctrico en el tren auscultador de líneas de alta velocidad A-330 de ADIF [44].

A pesar de ello, generalmente, los arcos eléctricos se producen a altas velocidades, ya que las elevadas vibraciones y aceleraciones de la masa dinámica del pantógrafo favorecen la pérdida de contacto. Las condiciones climáticas también influyen en la generación de arcos eléctricos. Las siguientes imágenes muestran los arcos producidos por el pantógrafo DSA 350 SEK (Stemman - Technik) de la locomotora eléctrica serie 101 de DB, con la catenaria a temperaturas mínimas del orden de -10°C , incrementándose el efecto con el aumento de la velocidad.

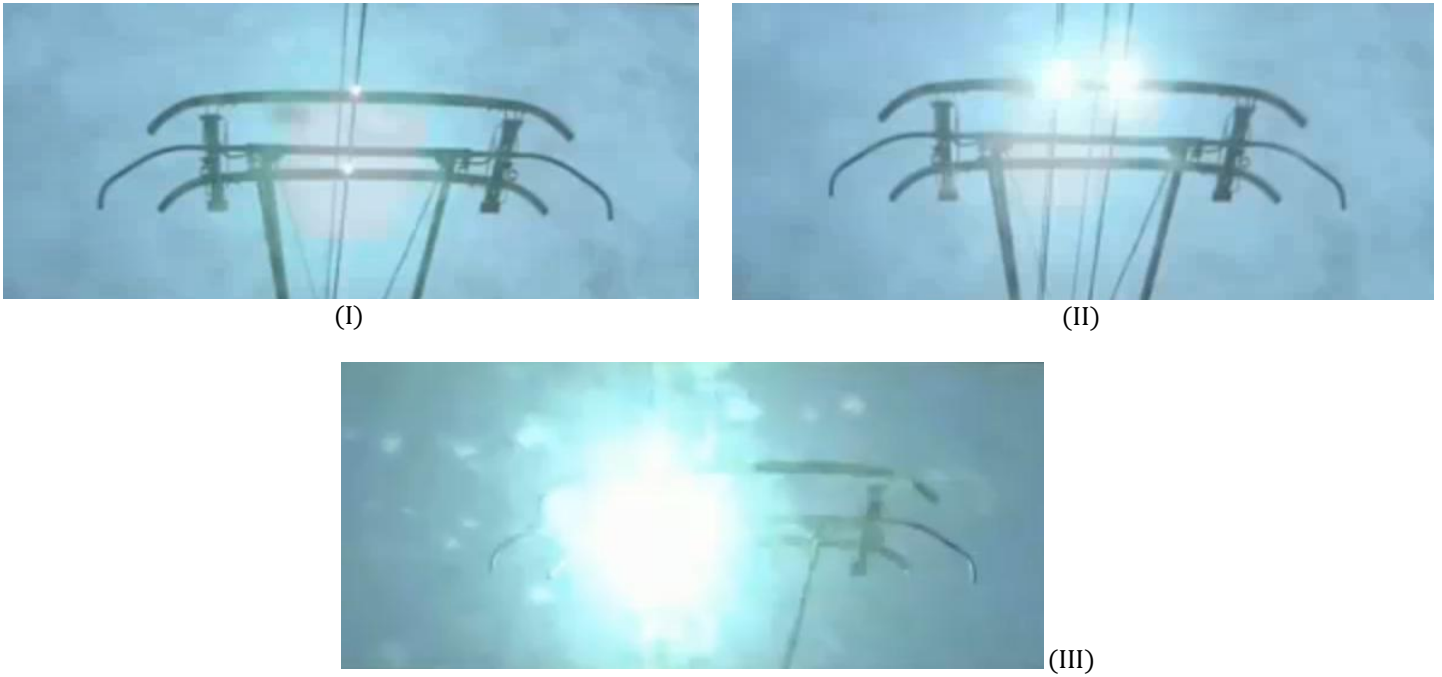


Imagen 7.18: Arco eléctrico en locomotora 101 DB, aumento de los arcos con la velocidad $v_{III} > v_{II} > v_I$ [4].



Imágenes 7.19 y 7.20: Arco eléctrico, tren TGV de Alstom. Imagen captada desde avión (izquierda) y desde el techo del vehículo (derecha) [45]. Velocidad 574,8 km/h.

La *Norma Técnica de Homologación de Pantógrafos para Catenarias de 3.000V y Velocidad Alta* de RENFE [23] establece los siguientes valores límites para la medida de arcos:

- nº de arcos/km recorridos < 10 .
- No se admiten arcos de duración > 100 ms .
- % de tiempo de duración de los arcos $< 1\%$, cuando la velocidad sea mayor o igual a 200 km/h.
- Se desprecian los arcos de duración < 10 ms .

7.1.4 FUERZA MEDIA.

El esfuerzo total instantáneo se ajusta a una distribución normal de valor medio F_m y desviación estándar σ [22, 23, 24]. De esta forma se tendrá la fuerza máxima

$$F_{m\acute{a}x} = F_m + 3\sigma$$

y la fuerza mínima

$$F_{m\acute{i}n} = F_m - 3\sigma$$

considerando la fuerza media F_m como suma de las tres componentes estática, aerodinámica y dinámica.

Dado que es una distribución de valores, la fuerza máxima será superada en aquellos valores picos que se produzcan en situaciones concretas que suele estar en torno al 0,15 % .

La *Norma Técnica de Homologación de Pantógrafos para Catenarias de 3.000V y Velocidad Alta* de RENFE [23] establece los siguientes valores:

- $F_{m\acute{a}x} = F_m + 3\sigma$, deberá ser inferior a 27 daN para velocidades ≤ 220 km/h.
- $F_{m\acute{i}n} = F_m - 3\sigma$, no será inferior a 5 daN para cualquier velocidad.
- **Desviación estándar σ** de la fuerza, será inferior a $\frac{1}{5} F_m$ para cualquier velocidad.

7.1.5 DISTRIBUCIÓN DEL CONTACTO.

Considerar un contacto puntual entre la catenaria y el pantógrafo puede representar un problema al resolver la simulación por integración numérica (ver capítulo 10), ya que supone la fuerza concentrada en un punto durante el movimiento. Para resolver esta circunstancia puede emplearse una función de distribución de los puntos de contacto de aplicación de la fuerza [46]. Esta distribución resulta coherente al considerar también la disposición zigzag del hilo de contacto. Siendo L la longitud del frotador, la función de distribución de los puntos de contacto adquiere la forma:

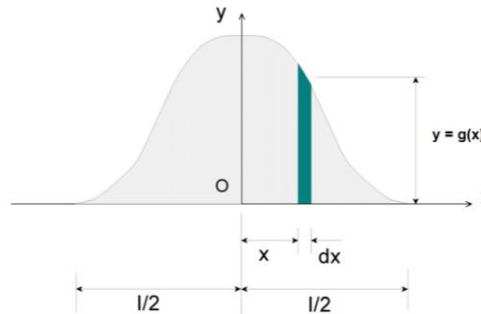


Figura 7.21: Función de distribución de los puntos de contacto [46].

$$g(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{L}\right) \cdot [1 + \cos(2\pi x/L)], & -\frac{L}{2} \leq x \leq \frac{L}{2} \\ 0, & x < -\frac{L}{2} \text{ ó } x > \frac{L}{2} \end{cases}$$

donde x es la coordenada horizontal del frotador e y la altura vertical sobre el mismo.

Esta función indica que en el centro del frotador se concentra la mayor acción de la fuerza, ya que a medida que se aleja hacia los extremos la intensidad disminuye.

Es importante volver a señalar que esta función $g(x)$ indica cómo se distribuye geoméricamente la fuerza a lo largo de la mesilla. Esta función no debe ser confundida con la distribución normal de la fuerza media de contacto suma de las tres componentes y dependiente de la velocidad debido al factor aerodinámico, que es una distribución de la **magnitud** de la fuerza.

7.2 CAPTACIÓN DE CORRIENTE A ALTA VELOCIDAD.

La captación de corriente a alta velocidad se caracteriza, respecto al proceso a velocidades inferiores, por los siguientes aspectos [2]:

- La intensidad de la corriente absorbida es mayor.
- Los movimientos dinámicos del pantógrafo y la catenaria se amplifican.
- Las fuerzas aerodinámicas son predominantes.

Para conseguir un contacto adecuado a altas velocidades han de tenerse en cuenta los siguientes factores [8]:

- Pequeña elevación del hilo de contacto para evitar un desgaste prematuro de la catenaria.
- Captación sin impactos entre pantógrafo y catenaria, eliminando puntos de elevada rigidez.
- Amplitud de movimiento del hilo de contacto y el pantógrafo dentro de los límites aceptables de la fuerza dinámica.
- Porcentaje reducido de arcos eléctricos.

Los diseños actuales se centran en conseguir en la catenaria una amplitud de deformación baja homogeneizando su flexibilidad, y en el pantógrafo una reducción de la masa dinámica para disminuir los efectos de las fuerzas de inercia.

7.2.1 CATENARIA PARA ALTA VELOCIDAD.

Las catenarias para alta velocidad empleadas en la actualidad presentan diferencias en cada administración ferroviaria [8, 33]:

- Uno o dos hilos de contacto.
- Catenarias tipo compound.
- Con o sin péndola en Y.
- Diferentes métodos de compensación mecánica.

La electrificación a 25 kVca 50Hz es la más extendida para líneas de alta velocidad, y presenta características específicas para mejorar el contacto [8, 22]:

- La diferencia de elasticidades entre los soportes y el centro del vano disminuye conforme la longitud del vano es menor. La distancia entre soportes en línea recta es de 63 – 65 m en las LAV europeas, mientras que las líneas Shinkansen de Japón emplean 50 m .
- La tensión mecánica, tanto del hilo sustentador como del hilo de contacto, debe ser elevada, respetando los coeficientes de seguridad a rotura de los cables. Se obtienen de esta forma frecuencias propias de oscilación y velocidades críticas superiores.
- Homogeneización de la flexibilidad de la catenaria concentrando un mayor número de péndolas en los $3/4$ centrales del vano.
- Para disminuir la amplitud del movimiento de ondulatorio que describe el contacto pantógrafo – catenaria, se instala el hilo de contacto con una flecha en el centro del vano. En reposo, éste punto de elasticidad máxima se encuentra más bajo que el punto de elasticidad mínima de unión con la ménsula. Se toma como valor de la flecha 1/1000 de la longitud del vano.
- A velocidades superiores a 200 km/h , la elevación máxima del punto de contacto no se da en el centro del vano, sino en un punto adelantado a éste según el sentido de la marcha, tanto más adelantado cuanto mayor sea la velocidad.

	Catenaria Clásica SNCF	Catenaria TGV - PSE	Catenaria TGV - A	Catenaria Re 250 (DB)
Hilo de Contacto				
Material	Cu	Cu	Cu	Cu Ag
Sección [mm ²]	107	120	150	120
Tensión [kN]	10	14	20	15
Flecha	no	1/1000	1/1000	no
Sustentador				
Material	Bronce	Bronce	Bronce	Bronce
Sección [mm ²]	65	65	65	70
Tensión [kN]	10	14	14	15
Péndola en Y	sí	sí	no	sí
Vano máx. [m]	63	63	63	65
Elasticidad media [mm/daN]	7,4	5,6	4,8	5,5
Frecuencia propia [Hz]	0,79	0,89	0,93	0,865
Masa lineal [kg/m]	1,65	1,83	2,03	

Tabla 7.2: Características de catenarias de alta velocidad SNCF y DB [27].

7.2.2 PANTÓGRAFO DE ALTA VELOCIDAD.

El comportamiento de un pantógrafo bajo distintas catenarias podría estudiarse, a priori, en trenes experimentales circulando por diferentes líneas, cubriendo amplios rangos de velocidades. Sin embargo, los costes asociados serían muy elevados, por lo que ha de recurrirse a simulaciones por ordenador. Estas simulaciones, empleando catenarias y pantógrafos de DB, SNCF y FS, muestran unas primeras conclusiones [12, 31, 33]:

- Un pantógrafo muestra mejor comportamiento bajo una catenaria que ha sido diseñada específicamente para él (o viceversa).
- La captación de corriente continua a alta velocidad conlleva peores resultados que en corriente alterna.
- La catenaria Re250 empleada en la administración DB muestra buen comportamiento con los pantógrafos de las diferentes administraciones empleadas.

Las principales soluciones técnicas tomadas para realizar pantógrafos de alta velocidad son:

- Rigidez:
Empleo de una adecuada rigidez transversal de la estructura del pantógrafo, que permita una correcta estabilidad lateral.
- Reducción de la masa dinámica:
La masa del frotador del pantógrafo depende, sobre todo, de la intensidad de corriente absorbida, mientras que la de la estructura articulada es función de su longitud de desarrollo, que en líneas convencionales puede ser más de 1,5 m . La reducción de la masa es una constante según avanza el desarrollo tecnológico. Para disminuir el peso se emplean materiales compuestos que posibilitan el ahorro de peso entre un 30 – 40% respecto al mismo diseño realizado con materiales metálicos.

A pesar de las simulaciones por ordenador y los ensayos en túnel de viento, el comportamiento del pantógrafo depende de sucesos extrínsecos al mismo (viento, cruces con otros trenes, ondas de choque en túneles). Estas perturbaciones pueden conducir a incidentes más o menos graves, desde un rápido desgaste de los frotadores hasta la rotura de la catenaria.

7.2.2.1 PANTÓGRAFO DE CONTROL ELECTRÓNICO.

La captación de corriente a alta velocidad necesita ajustar la fuerza que ejerce el pantógrafo en función de las condiciones de circulación, mediante controles electrónicos dirigidos por ordenador. La velocidad del vehículo, obtenida mediante indicadores de velocidad, es la variable de entrada enviada en tiempo real al ordenador que regula la fuerza de contacto sobre la catenaria, según la ley “Fuerza – Velocidad” como la mostrada a modo de ejemplo en la figura 7.2. Simultáneamente se mide el valor de la fuerza real de contacto, enviando este valor en bucle cerrado al control electrónico. Los actuadores neumáticos regulan el paso del aire en función de estas variables de circulación.

7.2.3 CATENARIA Re250 Y PANTÓGRAFO DSA 350.

El desarrollo de la catenaria Siemens Re250 y el pantógrafo Stemmann – Technik DSA 350 se inicia en 1981, tras la obtención del récord de alta velocidad llevado a cabo por la SNCF con el TGV PSE (Paris–Sud Est) [14, 27, 28]. Simultáneamente, la administración DB inicia el desarrollo del tren de alta velocidad ICE – V (Versuchszug: Tren de Prueba), siendo el primer tren que superó la velocidad de 400 km/h (1988), y del cual derivaron las series ICE-1, ICE-2 e ICE-3 (tren AVE S-103 de RENFE).

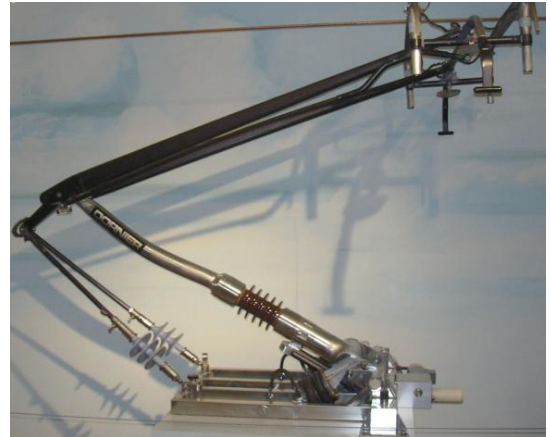


Imagen 7.22: Pantógrafo DSA 350 (ICE – V) [5].



Imagen 7.23: Tren ICE – V durante la obtención del récord de alta velocidad (400 km/h) bajo catenaria Re250 con péndola en Y [4].

El objetivo del dimensionamiento dinámico de la catenaria Re250 consistió en reducir su elasticidad a la mitad respecto a las catenarias empleadas normalmente en la DB, modelos Re 160 y Re 200. Para ello se aumentó un 50% la tensión en el hilo de contacto y sustentador. En cuanto a los límites del contacto, la fuerza mínima no debía ser inferior a 4 daN y la máxima no superar el valor de 20 daN [14], [28].

La catenaria Re250 fue desarrollada inicialmente para ser empleada con el pantógrafo estándar de la DB, modelo SBS 65. La fuerza estática aplicada es de 7 daN, si bien durante pruebas anteriores alcanzaron valores medios de 16 daN y picos de 30 daN. Se decide por tanto desarrollar un pantógrafo específico para alta velocidad (DSA 350), ya que el hasta entonces empleado no era apto para circular a más de 250 km/h en condiciones de seguridad [27].

Bajo estas premisas se inicia el proyecto de desarrollo del nuevo pantógrafo (DSA 350), cuyo pliego de condiciones reflejaba [27]:

- Fuerza media de contacto no superior a 12 daN.

- Desviación estándar permitida del 20% (2,4 daN).
- Suspensión individual de las dos pletinas mediante cuatro resortes independientes.
- Curva característica progresiva.
- Reducción de la masa del brazo superior, con gran amortiguación (construcción de aluminio).
- Perfiles aerodinámicos de corrección de fuerza aerodinámica, de tal forma que hasta los 300 km/h la fuerza media solo experimente un ligero aumento, no sobrepasando los 12 daN.

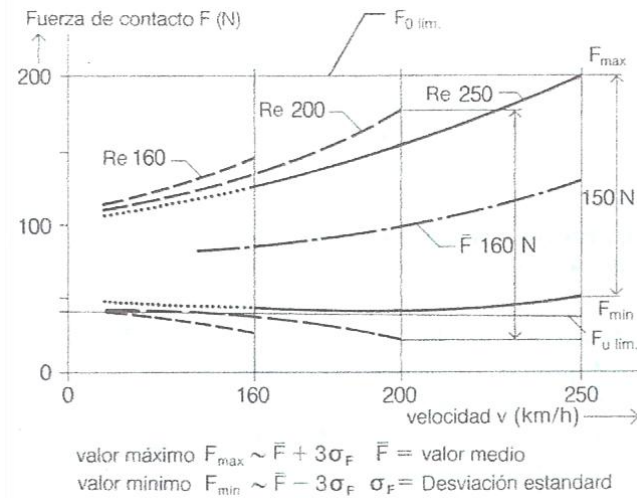


Figura 7.24: Fuerza de contacto en función de la velocidad, pantógrafo SBS65 y catenarias Re160, Re200 y Re 250 [27].

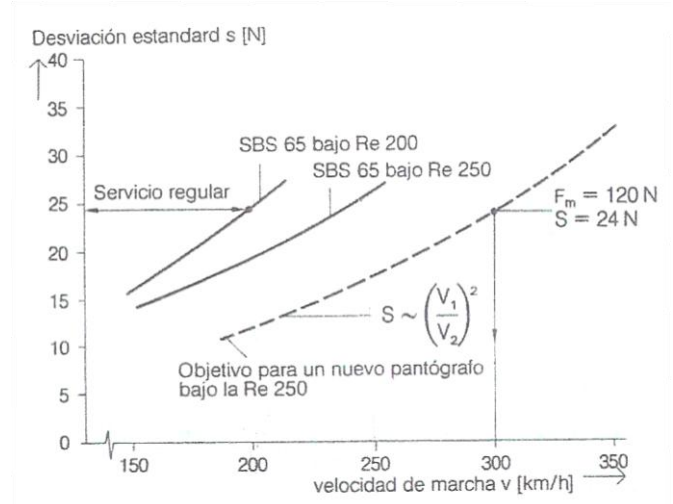


Figura 7.25: Desviación estándar de la fuerza de contacto, catenaria Re 200 y Re 250, pantógrafo SBS65 y comportamiento esperado para el pantógrafo en desarrollo [27].

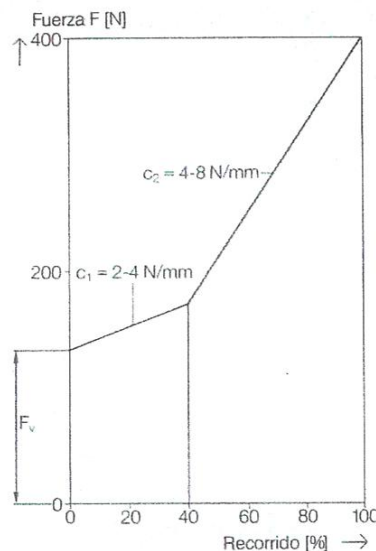


Figura 7.26: Curva característica del pantógrafo DSA 350 [27].

7.2.4 COMPARATIVA DE LAS PRUEBAS DE ALTA VELOCIDAD DE SNCF (26/2/1981) Y DB (1/5/1988).

En los preparativos de las pruebas de mayo de 1988 llevadas a cabo por DB adquirió gran importancia el interrogante de si el sistema catenaria / pantógrafo desarrollado podría circular a velocidades próximas a 400 km/h, ya en las pruebas de la SNCF de 1981 la elevación excesiva de la catenaria impidió sobrepasar los 380 km/h [27]. En la figura 7.27 se representan los valores de elevación medidos y calculados para las catenarias en función de la velocidad de circulación y de la tensión de los hilos de contacto.

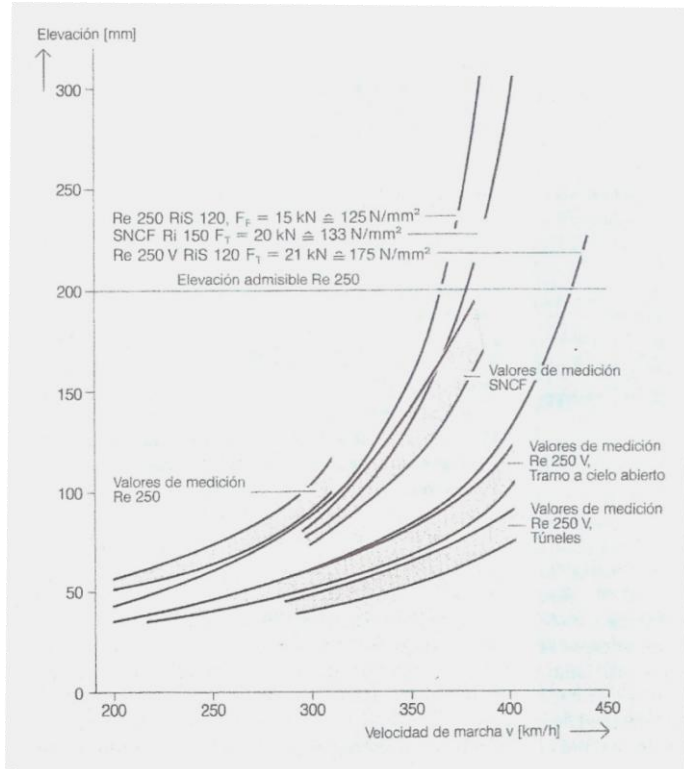


Figura 7.27: Elevación de la catenaria en función de la velocidad de circulación.

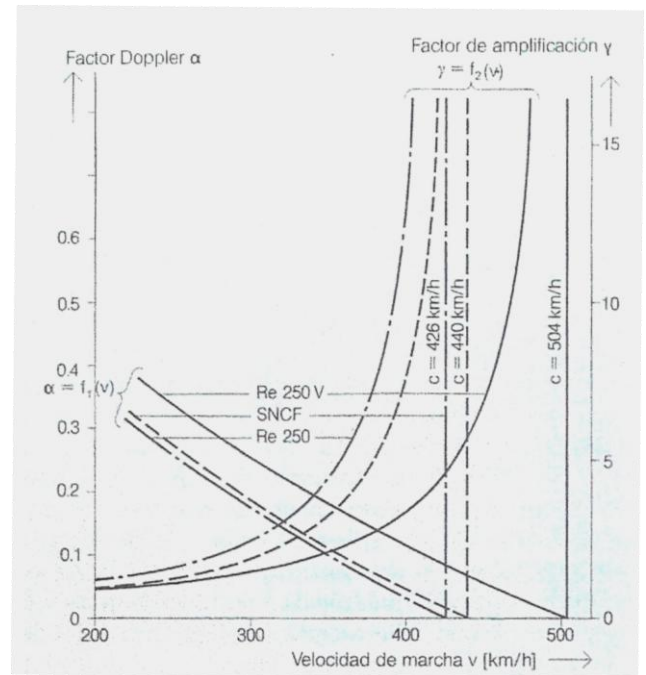


Figura 7.28: Factor Doppler y de Amplificación en función de la velocidad de circulación.

Durante las pruebas preliminares de DB en noviembre de 1986 (marcada con una V en las gráficas), la elevación de los puntos de apoyo del hilo de contacto con el tren ICE – V llegó a 105 mm, a la velocidad de 310 km/h. Dado que la fuerza era constante, de valor 12 daN, la sobreelevación se produjo por la influencia aerodinámica. En la catenaria empleada por la SNCF, con sección de hilo de contacto de 150 mm^2 y tensada a 20 kN, la velocidad de propagación de las ondas es de 440 km/h. Según esta administración, los valores medidos a 300 km/h son inferiores a los registrados en la catenaria Re250 en noviembre de 1986, cuya velocidad de propagación es de 426 km/h. Debido a que esta velocidad es menor que en la catenaria de la SNCF, y que la elevación del hilo está limitada por razones constructivas a 200 mm, se concluyó que cualquier intento de circular a 400 km/h bajo la catenaria Re 250 pasaba forzosamente por un aumento de la tensión mecánica.

A esta misma conclusión se llegó analizando también el factor Doppler y el factor de Amplificación, cuyos valores se muestran en la figura 7.28: El factor Doppler empleado en la

catenaria de pruebas de la SNCF es, a 380km/h, 0,073. Este valor habría descendido a 0,032 en la catenaria Re250 a 400 km/h. Circulando a 350 km/h en noviembre de 1986, el factor Doppler fue 0,098; un aumento de la velocidad de 50 km/h provocaría una disminución del valor de éste a un tercio del mismo.

Los factores de Amplificación son de 5,2 para la SNCF, 13,5 durante las pruebas de 1986 en la DB y 4,4 durante la obtención del record de 406,9 km/h. Con el valor de 5,2 se alcanzó el límite de circulación bajo la catenaria de pruebas de la SNCF. En cuanto a la DB, no es admisible circular a 400 km/h con un factor de Amplificación de 13,5.

Las fórmulas indicadas en los apartados 5.9.3 “*Factor Doppler*” y 5.9.5 “*Factor de Amplificación*” muestran la importancia de estos parámetros. Para disminuir la elevación de la catenaria se debe aumentar el factor Doppler, lo cual se consigue aumentando la velocidad de propagación de las ondas en el hilo de contacto, y no aumentando simultáneamente la fuerza de tensado y la sección del hilo de contacto.

El aumento de la fuerza de tensado, manteniendo la sección del hilo ya instalado, mostró ser el mejor camino para alcanzar el objetivo de circular a mayor velocidad.

CAPÍTULO 8.
ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINÁMICO
DE LA CATENARIA.

Este capítulo se centra en el cálculo con Matlab de la elasticidad de la catenaria y la deformada de un vano de la instalación, formado por el hilo sustentador, el hilo de contacto y las péndolas de unión. En el apartado 8.1 desarrolla la ecuación de equilibrio estático de un cable biapoyado sometido a su peso propio. Los apartados 8.2 y 8.3 introducen el desarrollo matemático necesario para representar el sistema mediante programas de elementos finitos, así como las ecuaciones de comportamiento, no linealidad y resolución del sistema. El apartado 8.4 muestra las ecuaciones matriciales implementadas en el estudio dinámico de la catenaria, desarrollado en el capítulo 11. El apartado 8.5 se centra en el desarrollo bidimensional del cálculo matricial estático necesario para su implementación en Matlab.

8.1 ECUACIÓN ANALÍTICA DE LA CURVA CATENARIA.

Se denomina catenaria a la curva adoptada por un cable o hilo suspendido por sus extremos y que se encuentra sometido a su peso propio [53]. En cualquier sección transversal del hilo solo existe sollicitación normal, siempre de tracción.

Para obtener la ecuación de la catenaria se supone un hilo o cable sometido a su propio peso por unidad de longitud, q (kg/m), figura 8.1; su magnitud varía según la longitud s (m).

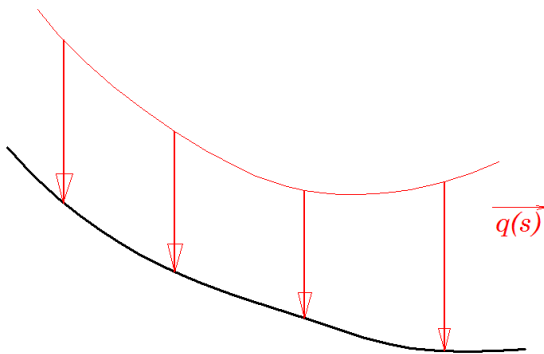


Figura 8.1: Cable sometido a su propio peso.

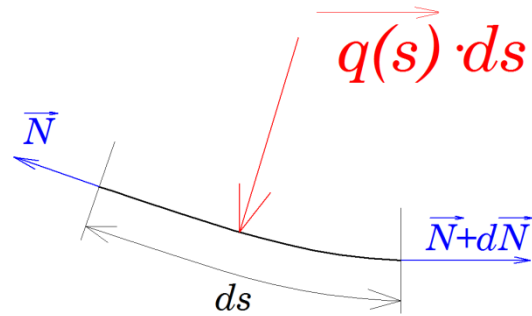


Figura 8.2: Diagrama de sólido libre.

La figura 8.2 muestra el diagrama de sólido libre para un elemento diferencial del hilo de longitud ds , pudiendo calcularse la fuerza resultante que actúa sobre el elemento diferencial con la expresión:

$$\vec{q}(s) \cdot ds$$

Supóngase un cable AB articulado en sus extremos. Se toman dos ejes de coordenadas, denominados canónicos, cuyo eje vertical y pasa por el punto inferior C del cable, y el eje x se sitúa a una distancia a de dicho punto C, figura 8.3. Se plantea el equilibrio de un trozo ds del cable, comprendido entre el punto inferior C y cualquier otro punto D. Separando dicho trozo ds del cable original, sus extremos C y D estarán sometidos a esfuerzos de tracción tangentes a la curva en esos puntos, T_C y T_D , figura 8.4.

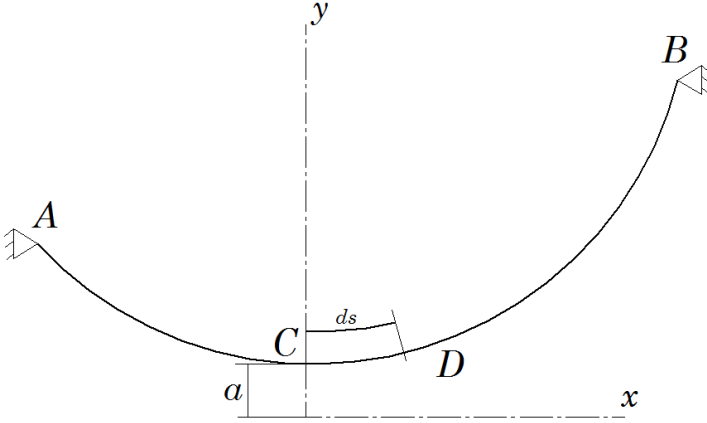


Figura 8.3: Cable articulado, ejes canónicos.

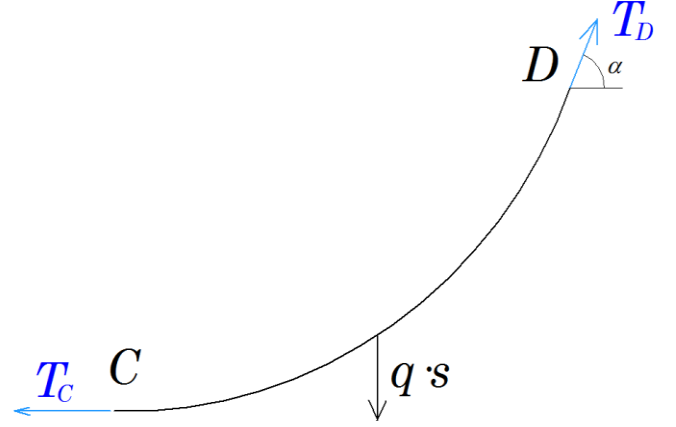


Figura 8.4: Diferencial de cable ds .

Siendo α el ángulo que forma la tensión de tracción T_D con la horizontal, planteando el equilibrio de fuerzas:

$$\text{Eje horizontal:} \quad T_D \cos \alpha - T_C = 0$$

$$\text{Eje vertical:} \quad T_D \sin \alpha - q \cdot s = 0$$

Despejando:

$$T_D = \frac{T_C}{\cos \alpha}$$

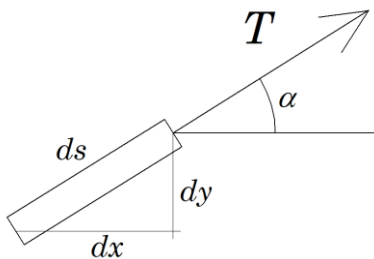
$$T_D = \frac{q \cdot s}{\sin \alpha}$$

Se define el *parámetro de la catenaria* $a = T_C/q$, siendo a la distancia a la que el eje horizontal x se sitúa respecto al punto C. De esta forma:

$$T_D = \sqrt{T_C^2 + q \cdot s^2}$$

$$T_D = q \sqrt{a^2 + s^2}$$

Para el elemento ds considerando, en función del dx y dy , puede expresarse:



$$dx = ds \cdot \cos \alpha$$

$$dy = ds \cdot \sin \alpha$$

Figura 8.5: Elemento diferencial de cable.

Sustituyendo:

$$dx = ds \cdot \cos\alpha = \frac{T_c}{T_D} \cdot ds = \frac{a \cdot q}{T_D} \cdot ds = \frac{a \cdot q}{q \cdot \sqrt{a^2 + s^2}} \cdot ds = \frac{ds}{\sqrt{1 + \frac{s^2}{a^2}}}$$

Integrando la ecuación anterior se obtiene:

$$x = \int_0^s \frac{ds}{\sqrt{1 + \frac{s^2}{a^2}}} = \operatorname{arcsch} \frac{s}{a}$$

$$s = a \cdot \sinh\left(\frac{x}{a}\right)$$

La expresión recuadrada se emplea para calcular la longitud del cable, s , en función de la posición x respecto al punto más bajo.

Por otro lado:

$$dy = dx \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{q \cdot s}{T_c} \cdot dx = \frac{q \cdot s}{a \cdot q} \cdot dx = \frac{s}{a} \cdot dx = \sinh\left(\frac{x}{a}\right) dx$$

Integrando la ecuación anterior se obtiene:

$$y - a = \int_0^x \sinh\frac{x}{a} dx = a \cdot \left[\cosh\frac{x}{a} - 1 \right]$$

Por tanto, la ecuación de la catenaria en los ejes canónicos es:

$$y = a \cdot \cosh\frac{x}{a}$$

Se verifica la expresión: $T_D = q \cdot y$, es decir, la tensión en cualquier punto del cable es proporcional a la altura de dicho punto respecto al eje x (distancia y).

La ecuación de la catenaria es necesaria para generar las coordenadas del hilo sustentador sometido a su propio peso, al del hilo de contacto y al de las péndolas, considerado como una carga uniformemente distribuida por unidad de longitud, q [kg/m]. Las coordenadas generadas para cada una de las catenarias empleadas por los programas ELASTICIDAD.m (ver 8.4.1 “Implementación en Matlab del Sistema Estructural”) y CATFLEX.m (ver 11.5 “Simulación de Catenaria Flexible”) se almacenan en archivos Excel que son leídos por los programas para generar la discretización de la estructura a resolver en cada simulación.

8.2 ESTUDIO ESTÁTICO. MODELO MATEMÁTICO.

El movimiento de la catenaria se estudia en el plano vertical de la vía. Para representar el hilo sustentador y de contacto pueden emplearse [54]:

- *Elemento tipo barra pretensada*: trabaja únicamente en la dirección normal a la sección, es decir, a tracción y compresión. Tiene en cuenta el efecto de la tensión inicial.
- *Elemento tipo viga pretensada*: además de trabajar a tracción y compresión presenta rigidez frente a esfuerzos de flexión, aunque éstos tienen poca influencia debido a las grandes tensiones iniciales.

Para representar las péndolas flexibles:

- *Elemento tipo cable*: no tiene rigidez a flexión y solo trabaja a tracción. Al estar sometido a pretensado inicial puede absorber esfuerzos de compresión hasta que se igualen a aquel. A partir de ese momento el elemento deja de trabajar y la péndola queda desconectada.

Condiciones de contorno:

- En los postes: se sitúan cada 60 m y son considerados como puntos fijos del cable sustentador en el plano vertical. Esta articulación queda libre en dirección horizontal de la vía.
- En los extremos: en cada extremo de los hilos de contacto y sustentador se colocan poleas de regulación de tensión. Debido a la geometría de la instalación, el pantógrafo no está en contacto con el último vano de cada tramo. El estudio se hace para vanos centrales del tramo.

8.2.1 ECUACIONES DE EQUILIBRIO ESTÁTICO PARA UN PROBLEMA LINEAL.

Aplicando el teorema de los trabajos virtuales, el estado de equilibrio del sistema mecánico se determina por [30]:

$$\int_V \delta \tilde{\epsilon}^T \cdot \sigma \cdot dV = \int_V \delta \tilde{U}^T \cdot f^B \cdot dV + \int_S \delta \tilde{U}^{ST} \cdot f^S \cdot dS + \sum_i \delta \tilde{U}^{iT} \cdot F^i, \forall \delta \tilde{U} \in V_{CA}$$

donde,

$\delta \tilde{U}$: Desplazamiento virtual, $\delta \tilde{U}^T = \{\delta \tilde{U}, \delta \tilde{V}, \delta \tilde{W}\}$

$\delta \tilde{\epsilon}$: Deformaciones virtuales, $\delta \tilde{\epsilon}^T = \{\delta \tilde{\epsilon}_{xx}, \delta \tilde{\epsilon}_{yy}, \delta \tilde{\epsilon}_{zz}, \delta \tilde{\gamma}_{xy}, \delta \tilde{\gamma}_{yz}, \delta \tilde{\gamma}_{xz}\}$

σ : Tensiones, $\sigma^T = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}\}$

f^B : Fuerzas exteriores volumétricas.

f^S : Fuerzas exteriores de superficie.

F^i : Fuerzas puntuales exteriores.

Para cualquier campo de desplazamientos virtuales compatibles con las condiciones de contorno, el trabajo virtual de las fuerzas internas es igual al trabajo virtual de las fuerzas externas.

Reescribiendo la ecuación como suma de integrales de volumen y de área de todos los elementos se obtiene la expresión:

$$K \cdot U = F$$

donde,

K = Matriz de rigidez ensamblada del sistema.

U = Vector de desplazamientos.

$$F = F_B + F_S + \sum_i F^i - R_i.$$

F es el vector de fuerzas, que incluye:

$$F_B: \text{Efecto de las fuerzas másicas, } F_B = \sum_m \int_{V^{(m)}} [N]^{(m)T} \cdot f^{B(m)} \cdot dV^{(m)}$$

$$F_S: \text{Efecto de las fuerzas de superficie, } F_S = \sum_m \int_{S^{(m)}} [N]^{(m)T} \cdot f^{S(m)} \cdot dS^{(m)}$$

$$\sum_i F^i : \text{Efecto de las fuerzas puntuales aplicadas.}$$

$$R_i : \text{Efecto de las tensiones iniciales, } R_i = \sum_m \int_{V^{(m)}} [B]^{(m)T} \cdot \sigma_0^{(m)} \cdot dV^{(m)}$$

$[N]^{(m)}$ es la matriz de interpolación de los elementos.

$$[B]^{(m)} \text{ es igual a } [\partial] \cdot [N]^{(m)}(x, y, z), \text{ siendo la matriz } [\partial] = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial z \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \end{bmatrix}$$

Extendido a los m elementos del sistema.

8.2.2 NECESIDAD DEL ANÁLISIS NO LINEAL.

La formulación en elementos finitos de problemas lineales mantiene las hipótesis de:

- Desplazamientos muy pequeños.
- Comportamiento elástico lineal.
- Condiciones límite del problema constantes.

No todos los problemas de análisis estructural son lineales y pueden resolverse bajo estas condiciones. Se necesita un análisis no lineal cuando:

- Las deformaciones o tensiones son demasiado importantes y la geometría de la estructura cambia considerablemente.
- El comportamiento del material (relación tensión – deformación) no sigue una ley lineal, por ejemplo en plasticidad.
- Combinación de ambos efectos.
- Despegues entre el pantógrafo y la catenaria (análisis dinámico).

Durante el análisis no lineal la matriz K y/o el vector F son funciones de U .

Esfuerzos de membrana.

El pandeo en cualquier estructura es el resultado de los esfuerzos de membrana que actúan a lo largo de los ejes principales de la estructura, perpendicularmente a la superficie media (para una barra los efectos de membrana son los esfuerzos axiales) [30]. El pandeo se inicia cuando una estructura transforma la energía de deformación de los esfuerzos de membrana en energía de deformación de flexión sin ningún cambio en las fuerzas exteriores aplicadas.

Los esfuerzos de membrana aparecen desde el punto de vista numérico como una matriz $[K]_{\sigma}$ que aumenta la rigidez convencional $[K]$: es la denominada matriz de rigidez tensional. $[K]_{\sigma}$ queda definida por unas propiedades geométricas, un campo de desplazamientos y un estado tensional. Para la formulación de la matriz de rigidez tensional es necesario emplear expresiones de las tensiones y de las deformaciones que tengan en cuenta las grandes deformaciones, por lo cual es necesario un estudio no lineal.

Para el estudio de la catenaria, teniendo en cuenta tanto las condiciones tensionales iniciales de la catenaria como el comportamiento de las péndolas y las deformaciones de los cables del sistema, se concluye que es necesario emplear un modelo no lineal [54, 55].

8.2.3 ECUACIONES INCREMENTALES DE EQUILIBRIO ESTÁTICO PARA UN PROBLEMA NO LINEAL.

En un análisis no lineal, el equilibrio del conjunto mecánico debe establecerse en la configuración actual del sistema, tras cada iteración de cálculo. Generalmente se soluciona mediante una formulación incremental empleando la variable Δt , a fin de evaluar la posición de equilibrio en el instante $0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t \dots$

Para cualquier campo de desplazamientos virtuales compatibles con las condiciones de contorno, el trabajo virtual de las fuerzas internas es igual al trabajo virtual de las fuerzas externas en el momento $t + \Delta t$. Al no conocer la configuración inicial del sistema en el instante $t + \Delta t$, el análisis resulta más difícil que en caso lineal, donde suponemos que los desplazamientos y/o las deformaciones son muy pequeños y que por lo tanto la configuración no cambia y permanece constante [30, 54].

8.2.4 MÉTODOS DE RESOLUCIÓN.

8.2.4.1 MÉTODO DE NEWTON – RAPHSON.

Se considera un muelle no lineal, en el que la rigidez se descompone en una parte constante K_0 y en un término $K_N = f(u)$ que depende de las deformaciones. El desplazamiento u debido a fuerzas externas F es [54]:

$$(k_0 + k_N) \cdot u = F \quad (a)$$

Suponiendo un desplazamiento inicial u_A solución del problema:

$$(k_0 + k_{NA}) \cdot u_A = F_A$$

se busca la solución u_B para una fuerza exterior F_B . Utilizando un desarrollo en serie de Taylor de $F = f(u)$ a partir de u_A se obtiene:

$$f(u_A + \Delta u_1) = f(u_A) + \left(\frac{dF}{du}\right)_A \cdot \Delta u_1$$

donde,

$$\frac{dF}{du} = \frac{d}{du}(k_0 \cdot u + k_N \cdot u) = k_0 + \frac{d}{du}(k_N \cdot u) = k_t \quad (b)$$

siendo k_t la matriz de rigidez tangente.

Para la fuerza F_B :

$$F_B = F_A + (k_t)_A \cdot \Delta u_1 \rightarrow (k_t)_A \cdot \Delta u_1 = F_B - F_A$$

$F_B - F_A$ puede ser interpretado como el desequilibrio entre las fuerzas externas y las internas.

Tras calcular Δu_1 se reactualiza $u_1 = u_A + \Delta u_1$.

Para la siguiente iteración se obtiene una nueva matriz de rigidez tangente $(k_t)_1$ utilizando (b) con $u = u_1$ y obteniendo un balance de fuerzas $F_B - F_1$, F_1 calculado con (a). El nuevo desplazamiento $u_2 = u_1 + \Delta u_2$, con Δu_2 solución de $(k_t)_1 \cdot \Delta u_2 = F_B - F_1$.

El ejemplo se generaliza para una estructura con varios grados de libertad:

$$[K_t]^{(i-1)} \cdot \Delta U^{(i)} = F - F^{(i-1)}$$

con

$$U^{(i)} = U^{(i-1)} + \Delta U^{(i)}$$

8.2.4.2 MÉTODO DE NEWTON – RAPHSON MODIFICADO.

Este método no reactualiza en cada iteración la matriz de rigidez tangente, ya que ésta es escogida en una de las configuraciones de equilibrio y permanece constante a lo largo del proceso iterativo.

Eligiendo la matriz $(k_t)_A$ constante, para una estructura de varios grados de libertad:

$$[K_t] \cdot \Delta U^{(i)} = F - F^{(i-1)}$$

con

$$U^{(i)} = U^{(i-1)} + \Delta U^{(i)}$$

La ventaja de este método es que no hay que reactualizar la matriz de rigidez en cada iteración; la desventaja es que se necesitan más iteraciones para llegar a la solución buscada. El método más eficiente depende de cada caso en particular.

8.2.4.3 ALGORITMO Hilber-Hughes-Taylor (HHT).

Dado que el problema de contacto pantógrafo – catenaria es no lineal también se emplea el algoritmo Hilber-Hughes-Taylor (HHT), que permite calcular los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de los nodos de toda la geometría de elementos finitos, para la resolución de las ecuaciones [2]. Este algoritmo permite resolver sistemas de ecuaciones mediante integración numérica directa.

La ecuación general a resolver es:

$$[M(t)] \cdot \ddot{x}(t+1) + (1+\alpha) \cdot [C(t)] \cdot \dot{x}(t+1) + [K(t)] \cdot x(t+1) = [F(t+1)]$$

siendo $[M(t)]$, $[C(t)]$, $[K(t)]$, las matrices de masa, amortiguación y rigidez del sistema, supuestas dependientes del tiempo.

Para la resolución se emplean las aproximaciones:

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t+1) &= \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot (x(t+1) - x(t)) - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot \dot{x}(t) + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \cdot \ddot{x}(t) \\ \dot{x}(t+1) &= \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot (x(t+1) - x(t)) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \cdot \dot{x}(t) + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \cdot \Delta t \cdot \ddot{x}(t) \end{aligned}$$

El valor de $x(t+1)$ se obtiene al resolver el sistema de ecuaciones algebraicas lineales:

$$\begin{aligned} [\hat{K}] \cdot x(t+1) &= [P] \\ [P] &= [F(t)] + \alpha[K] \cdot x(t) + [M] \cdot \left(\frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot x(t) + \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot \dot{x}(t) + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \cdot \ddot{x}(t) \right) \\ [\hat{K}] &= (1+\alpha) \cdot \left[[K] + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot [C] \right] + \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot [M] \end{aligned}$$

El paso de integración empleado es $\Delta t = t_{i+1} - t_i$, β y γ son los parámetros característicos del método Newmark, y α es el parámetro característico del algoritmo HHT. La relación entre estos parámetros es:

$$\beta = \frac{(1-\alpha)^2}{4} \quad \gamma = \frac{(1-2\alpha)}{2}$$

siendo en este caso $\alpha = -0,1$.

8.2.5 CRITERIO DE CONVERGENCIA.

Tras cada iteración, la solución debe ser comparada con la tolerancia predeterminada: si la solución está cerca de la deseada el proceso iterativo se interrumpe; si la solución calculada está lejos el proceso continúa. Los criterios de convergencia pueden escribirse:

Controlando los desplazamientos:

$$\frac{\|\Delta u^{(i)}\|_2}{\|u^{(i)}\|_2} \leq \varepsilon_d$$

Controlando las fuerzas:

$$\frac{\|F - F^{(i)}\|_2}{\|F - F^{(1)}\|_2} \leq \varepsilon_f$$

Controlando a la vez desplazamientos y fuerzas:

$$\frac{\Delta u^{(i)T} \cdot (F - F^{(i-1)})}{\Delta u^{(1)T} \cdot (F - F^{(1)})} \leq \varepsilon_{df}$$

8.3 ESTUDIO DE LOS ELEMENTOS CONSIDERADOS. FUNCIONES DE FORMA.

Cuando se realiza un análisis por elementos finitos, es necesario modelar los elementos de tal forma que puedan aplicarse las ecuaciones de cálculo matricial, en este caso estructural, que en cualquier caso conducen a una ecuación “rigidez por desplazamientos igual a la fuerza”, considerando matrices y vectores de mayor o menor dimensión dependiendo de la geometría analizada [30].

Aplicando las ecuaciones de cálculo matricial a los diferentes elementos, por ejemplo al triángulo de tensión constante de Turner (empleado para análisis de superficies planas) se obtiene una importante relación, aplicable a todas las geometrías analizadas:

“Los desplazamientos de un punto cualquiera del elemento son una media ponderada de los movimientos de los extremos”.

Esta relación se expresa matemáticamente con las funciones de forma del elemento, $N_i(x, y)$:

$$u = N_i(x, y) \cdot u_i \qquad v = N_i(x, y) \cdot v_i$$

donde:

u = Movimiento horizontal de un punto interno del elemento.

v = Movimiento vertical de un punto interno del elemento.

u_i = Movimiento horizontal del extremo i del elemento.

v_i = Movimiento vertical del extremo i del elemento.

$N_i(x, y)$ = Función de forma i -ésima del elemento.

En elementos lineales tipo barra o viga como los empleados en el análisis de la catenaria, $i = 2$ (puntos inicial y final); para elementos planos como el triángulo de tensión constante, $i = 3$ (vértices del triángulo).

Para determinar el campo de deformaciones del elemento se desarrollan matricialmente las expresiones que, por definición, determinan la deformación [56], [30]:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_{3 \times 1} = [B]_{3 \times (2i)} \cdot \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}_{(2i) \times 1}$$

donde:

$$[B]_{3 \times (2i)} = [\dots | B_i | \dots], \text{ con } [B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}$$

Para determinar las tensiones se emplea la expresión

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [D] \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}$$

donde $[D]$ es una matriz que depende de las propiedades elásticas del material, y cuya expresión depende de la hipótesis de cálculo empleada (tensión plana, deformación plana, etc.). Desarrollando la expresión anterior se llega a la ecuación generalizada:

$$\{\sigma\} = [D] \cdot [B] \cdot \{u\}$$

que relaciona las tensiones internas del elemento con los desplazamientos de sus extremos.

Aplicando el principio de los trabajos virtuales bajo estas condiciones se tiene:

$\{\varepsilon'\} = [B] \cdot \{u'\}$: Campo de deformaciones virtuales.

$\{F\}^T \cdot \{u'\}$: Trabajo de las fuerzas en los nodos del elemento.

$$\{F\}^T \cdot \{u'\} = \int_{\text{volumen}} \{\sigma\}^T \cdot \{\varepsilon'\} \cdot dV = \int_{\text{volumen}} (\{u\}^T \cdot [B]^T \cdot [D]^T) \cdot ([B] \cdot \{u'\}) \cdot dV$$

Como esta ecuación debe verificarse para cualquier vector de desplazamientos virtuales $\{u'\}$ impuesto al elemento:

$$\{F\}^T = \{u\}^T \cdot \left(\int_{\text{volumen}} [B]^T \cdot [D]^T \cdot [B] \cdot dV \right)$$

$$\{F\} = \left(\int_{\text{volumen}} [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot dV \right) \cdot \{u\}$$

Es decir, la matriz de rigidez del elemento modelado con elementos finitos es [30]:

$$[K] = \int_{\text{volumen}} [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot dV$$

8.3.1 ELEMENTO TIPO BARRA (1D).

Este elemento transmite únicamente tensiones en la dirección de la directriz, siendo constante la sección durante la deformación [54]. Considerando un elemento barra de dos nudos, su representación gráfica es:

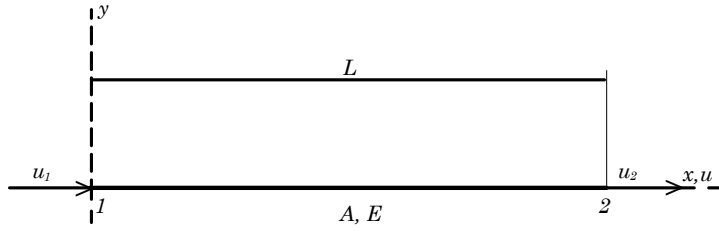


Figura 8.6: Elemento tipo barra, nodo inicial 1, nodo final 2.

En el sistema de coordenadas locales (x,y), este elemento tiene dos grados de libertad, u_1 y u_2 .

Para calcular la matriz de rigidez, se tiene en cuenta que el campo de desplazamientos originado depende únicamente de x, y puede aproximarse por las funciones de forma lineales $N_1(x)$ y $N_2(x)$ [30]:

$$u(x) = [N](x) \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}$$

donde

$$[N](x) = \begin{bmatrix} \frac{L-x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix}$$

y

$$[B](x) = \frac{\partial [N](x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez se expresa:

$$[K] = \int_0^L [B]^T \cdot AE \cdot [B] \cdot dx = \frac{AE}{L} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

8.3.2 ELEMENTO TIPO BARRA PRETENSADA (2D).

Con este elemento se tienen en cuenta los efectos de la tensión inicial. Pueden aparecer movimientos perpendiculares a la directriz de la barra en el plano xy [54]. Considerando que las rotaciones sean despreciables, únicamente se añaden los grados de libertad v_1 y v_2 .

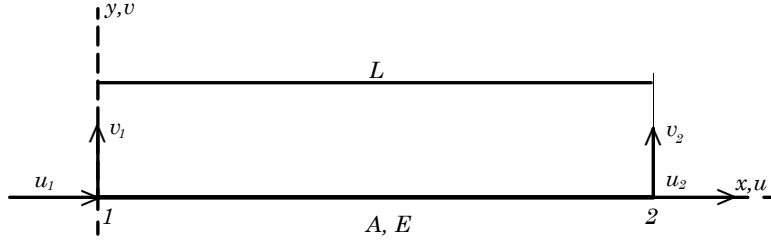


Figura 8.7: Elemento tipo barra pretensada, nodo inicial 1, nodo final 2.

En esta nueva base (u_1, u_2, v_1, v_2) , la matriz $[B]$ se expresa:

$$[B](x) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix}$$

Cálculo de $[K]$:

$$[K] = \frac{AE}{L} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Cálculo de esfuerzos r_1 :

$$r_1 = \int_0^L [B]^T \cdot \sigma_{x0} \cdot A \cdot dx = P \cdot \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

siendo P la carga aplicada.

Para calcular $[K]_\sigma$, se tiene en cuenta que los desplazamientos en v dependen únicamente de x , y pueden aproximarse por las funciones lineales $N_1(x)$ y $N_2(x)$ [30]:

$$v(x) = [N](x) \cdot \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix}$$

donde

$$[N](x) = \begin{bmatrix} \frac{L-x}{L} & \frac{x}{L} \end{bmatrix}$$

Se puede escribir:

$$\begin{Bmatrix} u(x) \\ v(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1(x) & 0 & N_2(x) & 0 \\ 0 & N_1(x) & 0 & N_2(x) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_2 \\ u_1 \\ v_2 \end{Bmatrix}; \quad \{\mathcal{C}\} = \begin{Bmatrix} u_{,x}(x) \\ v_{,x}(x) \end{Bmatrix} = [G] \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_2 \\ u_1 \\ v_2 \end{Bmatrix}$$

donde

$$[G] = \begin{bmatrix} N_{1,x}(x) & 0 & N_{2,x}(x) & 0 \\ 0 & N_{1,x}(x) & 0 & N_{2,x}(x) \end{bmatrix} = \frac{1}{L} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por tanto

$$[K]_{\sigma} = \int_0^L [G]^T \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{x0} & 0 \\ 0 & \sigma_{x0} \end{bmatrix} \cdot [G] \cdot A \cdot dx = \frac{P}{L} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8.3.3 ELEMENTO TIPO CABLE (2D).

Este elemento trabaja de la misma manera que el elemento barra si está a tracción, no trabajando a compresión [54]. Si está sometido a tracción:

$$[K] = \frac{AE}{L} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Esfuerzos r_1 :

$$r_1 = P \cdot \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$[K]_{\sigma} = \frac{P}{L} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si está a compresión (suponiendo $P = 0$):

$$[K] = 0$$

$$r_1 = 0$$

$$[K]_{\sigma} = 0$$

8.3.4 ELEMENTO TIPO VIGA (2D).

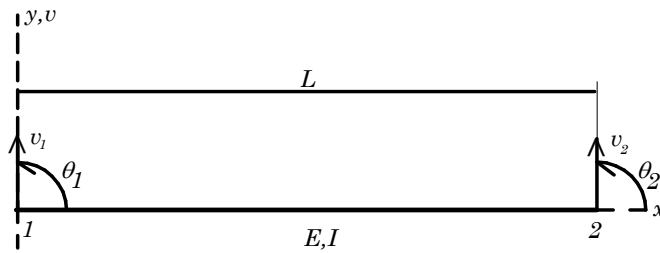


Figura 8.8: Elemento tipo viga, nodo inicial 1, nodo final 2.

En el sistema de coordenadas locales (x,y), el elemento tiene cuatro grados de libertad ($v_1, \theta_1, v_2, \theta_2$) [54]. Para el campo de deformaciones originado se considera el giro θ muy pequeño, y que v depende únicamente de x. puede aproximarse v por las funciones de orden 3: $N_1(x), N_2(x), N_3(x), N_4(x)$ [30]:

$$v(x) = [N](x) \cdot \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

donde

$$[N](x) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \\ x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\ \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \\ -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \end{bmatrix}^T$$

$$[B](x) = \frac{\partial^2 [N](x)}{\partial x^2} = \begin{bmatrix} -\frac{6}{L^2} + \frac{12x}{L^3} \\ \frac{4}{L} - \frac{6x}{L^2} \\ \frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3} \\ -\frac{2}{L} + \frac{6x}{L^2} \end{bmatrix}^T$$

La matriz de rigidez es:

$$[K] = \int_0^L [B]^T \cdot EI \cdot [B] \cdot dx = \frac{EI}{L^3} \cdot \begin{bmatrix} 12L & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

8.3.5 ELEMENTO TIPO VIGA PRETENSADA (2D).

En la mecánica de hilos es habitual no despreciar los grandes desplazamientos de los puntos que componen los cables, no considerando la rigidez a flexión. En el caso de la catenaria se consideran grandes desplazamientos, siendo importante tener en cuenta que la rigidez a flexión aumenta por la alta pretracción de los hilos. Tanto el cable de contacto como el sustentador pueden modelizarse con elementos viga pretensada [2, 30, 57] que resultan más precisos que los elementos estándar.

Características del elemento viga pretensada:

- Cada nudo posee 6 grados de libertad.
- Similar al elemento viga, aunque se consideran los efectos de la tensión inicial sobre la rigidez transversal.
- La matriz de masa es igual a la del *elemento viga*.

Considerando las siguientes variables, pueden expresarse las funciones de forma y la matriz de rigidez como sigue:

$$u = L \sqrt{\frac{P}{EI}}; \quad r = \frac{u \cdot (u \cdot \operatorname{ch}(u) - \operatorname{sh}(u))}{2 \cdot (1 - \operatorname{ch}(u)) + u \cdot \operatorname{sh}(u)}; \quad c = \frac{u - \operatorname{sh}(u)}{\operatorname{sh}(u) - u \cdot \operatorname{ch}(u)}; \quad t = 1 + \frac{PL^2}{2r \cdot (1 + c) \cdot EI}$$

Funciones de forma:

$$N_y^i = \frac{\cos\left(u \frac{L-x}{L}\right) - \cos\left(u \frac{x}{L}\right) - u \frac{x}{L} \operatorname{sen}(u) - 1 + \cos u + u \operatorname{sen}(u)}{-2 + 2 \cos(u) + u \operatorname{sen}(u)}$$

$$N_z^i = \frac{u \left[\operatorname{sen}\left(u \frac{L-x}{L}\right) + \operatorname{sen}\left(u \frac{x}{L}\right) - \operatorname{sen}(u) \right]}{L(-2 + 2 \cos(u) + u \operatorname{sen}(u))}$$

$$N_{\theta z}^i = \frac{L \left[-\operatorname{sen}\left(u \frac{L-x}{L}\right) - \operatorname{sen}\left(u \frac{x}{L}\right) + \cos\left(u \frac{L-x}{L}\right) - u \frac{x}{L} + u \frac{x}{L} \cos(u) + \operatorname{sen}(u) - u \cos(u) \right]}{u(-2 + 2 \cos(u) + u \operatorname{sen}(u))}$$

$$N_{\theta y}^i = \frac{\cos\left(u \frac{L-x}{L}\right) - \cos\left(u \frac{x}{L}\right) + u \frac{x}{L} \operatorname{sen}\left(u \frac{L-x}{L}\right) - 1 + \cos(u)}{-2 + 2 \cos(u) + u \operatorname{sen}(u)}$$

Matriz de rigidez:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2tr(1+c) \frac{EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & r(1+c) \frac{EI_z}{L^2} & 0 & -2tr(1+c) \frac{EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & r(1+c) \frac{EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & 2tr(1+c) \frac{EI_y}{L^3} & 0 & -r(1+c) \frac{EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 2tr(1+c) \frac{EI_y}{L^3} & 0 & -r(1+c) \frac{EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r(1+c) \frac{EI_y}{L^2} & 0 & r \frac{EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & r(1+c) \frac{EI_y}{L^2} & 0 & cr \frac{EI_y}{L} & 0 \\ 0 & r(1+c) \frac{EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & r \frac{EI_z}{L} & 0 & -r(1+c) \frac{EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & cr \frac{EI_z}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2tr(1+c) \frac{EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -r(1+c) \frac{EI_z}{L^2} & 0 & 2tr(1+c) \frac{EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & r(1+c) \frac{EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & 2tr(1+c) \frac{EI_y}{L^3} & 0 & r(1+c) \frac{EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 2tr(1+c) \frac{EI_y}{L^3} & 0 & r(1+c) \frac{EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r(1+c) \frac{EI_y}{L^2} & 0 & cr \frac{EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & r(1+c) \frac{EI_y}{L^2} & 0 & r \frac{EI_y}{L} & 0 \\ 0 & r(1+c) \frac{EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & cr \frac{EI_z}{L} & 0 & r(1+c) \frac{EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & r \frac{EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

8.3.6 TRANSFORMACIÓN AL SISTEMA DE COORDENADAS GLOBALES.

Los vectores y matrices expresados en ejes locales han de modificarse a los ejes globales de la estructura mediante la matriz de transformación $[T]$.

En el sistema de coordenadas globales:

$$[K] = [T]^T \cdot [\bar{K}] \cdot [T]$$

$$[K_\sigma] = [T]^T \cdot [\bar{K}_\sigma] \cdot [T]$$

$$[r] = [T]^T \cdot [\bar{r}]$$

8.3.7 CONCLUSIONES.

Para el estudio de estructuras como los cables de la catenaria, un análisis lineal no es conveniente ya que la solución calculada de esta manera no aproxima suficientemente bien la realidad, siendo necesario emplear un análisis no lineal. El análisis no lineal consiste en seguir la evolución del sistema calculando configuraciones sucesivas que se van acercando a la configuración real tras cada iteración. Es necesario emplear métodos de elementos finitos y algoritmos de resolución iterativos para resolver estos sistemas.

8.4 ESTUDIO DINÁMICO. MODELO MATEMÁTICO.

8.4.1 CONSIDERACIONES GENERALES.

Cuando se realiza el estudio dinámico de la catenaria las fuerzas externas dependen del tiempo, y el equilibrio del sistema debe tener en cuenta las fuerzas de inercia y de amortiguamiento que disipan la energía durante las vibraciones.

8.4.2 ECUACIONES MATRICIALES DE LA CATENARIA.

Los métodos de resolución de integración directa utilizan ecuaciones de segundo grado del tipo [2, 54, 57, 58]:

$$[M]\{u''(t)\} + [C]\{u'(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{F\}$$

ó

$$[M]_c \cdot \{\ddot{x}\}_c + [C]_c \cdot \{\dot{x}\}_c + [K]_c \cdot \{x\}_c = \{F_c\}$$

donde,

$[M]$: Matriz de masas del sistema.

$[C]$: Matriz de amortiguamiento del sistema.

$[K]$: Matriz de rigidez del sistema.

$\{u(t)\}$: Vector de desplazamientos en función del tiempo.

$\{u'(t)\}$: Vector de velocidades en función del tiempo.

$\{u''(t)\}$: Vector de aceleraciones en función del tiempo.

El subíndice “c” hace referencia a la catenaria y los elementos que la forman. Las matrices son cuadradas, de dimensión $(nc) \times (nc)$, siendo nc los grados de libertad de la catenaria.

Para tener en cuenta los efectos inducidos por el pantógrafo durante el análisis contacto – no contacto, ha de aplicarse un algoritmo de resolución de integración directa: conocida la solución del sistema de ecuaciones en el instante t se calcula la solución en el tiempo $t + \Delta t$.

La matriz de amortiguación $[C]$ suele expresarse como amortiguamiento Rayleigh, modelo empleado frecuentemente en análisis no lineales [2, 54]. Se supone la matriz $[C]$ como combinación lineal de la matriz de masa y rigidez:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

Los coeficientes α y β son los factores de proporcionalidad que se calculan para obtener un amortiguamiento modal que oscile entre el 0,1% y 0,2%. El amortiguamiento modal es

$$\xi = \frac{\alpha}{2 \cdot \omega_i} + \frac{\beta \cdot \omega_i}{2}$$

Siendo ω_i la frecuencia en rad/s . Los coeficientes α y β tienen valores del orden de 10^{-2} y 10^{-4} respectivamente [59].

8.5 CÁLCULO CON MATLAB DE LA FLEXIBILIDAD DE LA CATENARIA.

Para determinar la flexibilidad de una catenaria mediante elementos finitos, primero ha de hallarse la posición de reposo en equilibrio estático del cable sustentador de la instalación debido al peso de las péndolas, al hilo de contacto y al peso propio del sustentador. Partiendo de esta posición se determina la flexibilidad mediante la aplicación de la fuerza ejercida por el pantógrafo [2].

El hilo de contacto, el sustentador y las péndolas se representan directamente mediante tirantes (cables), pudiéndose conectar uno o más de estos elementos en los nudos de unión. El soporte lateral del hilo de contacto (ménsula) se simula de forma realista mediante elementos resistentes a flexión, con un soporte articulado. Los puntos de apoyo y puntos fijos en el sustentador se pueden simular directamente mediante la supresión de los grados de libertad (desplazamientos) adecuados.

El primer problema que aparece es la determinación de las coordenadas de los nodos para la discretización, esencialmente del hilo sustentador. Para ello, se recurre a calcular inicialmente la deformada únicamente del hilo sustentador que, apoyado sus los extremos, está cargado con su peso propio, el correspondiente a las péndolas y también al

del hilo de contacto. Este hilo debe estar sometido a los esfuerzos de tracción en sentido longitudinal. Se trabaja con el elemento viga pretensada; este elemento resulta imprescindible, ya que los esfuerzos longitudinales a los que se someten a los hilos de la catenaria afectan de forma importante a la rigidez a la flexión que presentan.

El cálculo **estático** se desarrolla partiendo de la ecuación:

$$[M]_c \cdot \{\ddot{x}\}_c + [C]_c \cdot \{\dot{x}\}_c + [K]_c \cdot \{x\}_c = \{F_c\}$$

donde los vectores de aceleración y velocidad **son nulos**. La ecuación se simplifica a:

$$[K]_c \cdot \{x\}_c = \{F_c\}$$

En el vector de desplazamientos $\{x\}_c$ algunos de sus elementos son conocidos a priori: se trata de los desplazamientos en los puntos de apoyo o empotramiento, en donde su valor es cero.

En cuanto a los esfuerzos, $\{F_c\}$, hay que distinguir entre los que se pueden incluir en cualquier nodo, esfuerzos externos, y los que aparecen en los nodos debido a las restricciones de apoyo y empotramientos.

Para poder plantear las ecuaciones, los grados de libertad de los nodos se dividen en grados de libertad libres, x_l , y restringidos, x_r . Las fuerzas f_l son las externas aplicadas en los grados de libertad, y f_r las incógnitas que se producen en las restricciones [2]. La matriz de rigidez puede dividirse en cuatro submatrices, de tal forma que:

$$\begin{bmatrix} K_{ll} & K_{lr} \\ K_{rl} & K_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_l \\ x_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_l \\ f_r \end{pmatrix}$$

- K_{ll} relaciona las fuerzas externas con los desplazamientos en los grados de libertad.
- K_{lr} relaciona las fuerzas externas con los desplazamientos en las restricciones.
- K_{rl} relaciona los esfuerzos en las restricciones con los desplazamientos en los grados de libertad.
- K_{rr} relaciona los esfuerzos en las restricciones con los desplazamientos producidos en ellos.

Operando se obtienen las dos siguientes ecuaciones matriciales:

$$K_{ll} \cdot x_l + K_{lr} \cdot x_r = f_l$$

$$K_{rl} \cdot x_l + K_{rr} \cdot x_r = f_r$$

De la primera ecuación se pueden obtener los desplazamientos en los grados de libertad:

$$x_l = K_{ll}^{-1} \cdot \{f_l - K_{lr} \cdot x_r\}$$

De la segunda ecuación se despejan los esfuerzos en las restricciones:

$$f_r = K_{rl} \cdot x_l + K_{rr} \cdot x_r$$

8.5.1 IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB DEL SISTEMA ESTRUCTURAL.

Las ecuaciones necesarias para la resolución del problema presentadas en el apartado anterior se implementan en el programa desarrollado en Matlab, denominado ELASTICIDAD.m. Conceptualmente es similar al programa CATFLEX.m presentado en el apartado 11.5 del capítulo 11, aunque el algoritmo de resolución permite resolver las ecuaciones estáticas de la catenaria y no se tienen en cuenta los datos del pantógrafo. El algoritmo genera la geometría del sistema y las matrices asociadas, para su posterior resolución mediante métodos matriciales de cálculo estructural. La geometría del sistema consiste en un vano de 60 m de longitud, modelizado con elementos finitos de 0,5 m. Cada elemento viga pretensada posee 12 g.d.l, estando formada su matriz de rigidez por 4 submatrices 6×6 . La matriz de rigidez global es cuadrada de dimensión 1452×1452 .

Las ecuaciones del sistema se resuelven mediante la aplicación del método matricial de resolución de estructuras [30]. En primer lugar se genera la matriz de rigidez de cada elemento finito, distinguiendo si pertenece al hilo sustentador, al hilo de contacto o a una péndola. Una vez generadas las matrices se ensamblan dentro de la matriz de rigidez global de la estructura. La matriz de rigidez global es singular, por lo que han de eliminarse las filas y columnas correspondientes a los grados de libertad restringidos, a fin de poder invertir la matriz para resolver el problema. Siendo *free* la variable que almacena los grados de libertad libres, *fixed* la variable que almacena los grados de libertad restringidos y K_{TO} la matriz de rigidez global, las cuatro matrices K_{ll} , K_{lr} , K_{rl} y K_{rr} se obtienen con los siguientes comandos:

```
Kll=Kto(free,free);  
Klr=Kto(free,fixed);  
Krl=Kto(fixed,free);  
Krr=Kto(fixed,fixed);
```

Llamando *xs* al vector de desplazamientos, *xl=xs(free)* es el vector de desplazamientos en los grados de libertad libres y *xr=xs(fixed)* el correspondiente a los grados de libertad restringidos. Análogamente, siendo *F* el vector de fuerzas, *fl=F(free)* será el vector de fuerzas en grados de libertad no restringidos y *fr=F(fixed)* el vector de fuerzas en los grados de libertad restringidos. Tanto *xs* como *F* son vectores columna de dimensión $(6 * n \times 1) = (1452 \times 1)$. Por tanto, la resolución del sistema responde a la ecuación:

$$xl = \text{inv}(Kll) * (fl - Klr * xr)$$

El programa ELASTICIDAD.m permite introducir las siguientes variables de entrada:

```
tipo= input ('CATENARIA SIMULADA, INTRODUCIR "160" PARA EL MODELO CR160, "220" PARA EL MODELO CR220, "250" PARA EL  
MODELO Re250, "350" PARA EL TIPO AE350 Y "0" PARA UNA CATENARIA GENÉRICA = ');
```

```
Psus=input ('TENSIÓN MECÁNICA APLICADA EN EL HILO SUSTENTADOR (N) = ');
```

```
Pcon=input ('TENSIÓN MECÁNICA APLICADA EN EL HILO DE CONTACTO (N) = ');
```

Como puede verse, el programa almacena los parámetros mecánicos de las catenarias modelos CR160, CR220, Re250 y AE350 empleadas actualmente en España. La tensión mecánica en los hilos sustentador y de contacto puede variarse en cada una de ellas.

Además, existe la opción de introducir diferentes datos para generar la geometría del sistema y poder realizar un análisis de sensibilidad modificando las secciones de los hilos, materiales, etc. En este caso, cuando la variable **tipo=0**, los datos pedidos al usuario son:

```
Asus=input('SECCIÓN DEL HILO SUSTENTADOR (mm^2) = ');  
  
Dsus=input('DENSIDAD DEL HILO SUSTENTADOR (kg/m^3) = ');  
  
Esus=input('MÓDULO ELÁSTICO DEL HILO SUSTENTADOR (GPa) = ');  
  
Gsus=input('MÓDULO ELÁSTICO DE CORTADURA DEL HILO SUSTENTADOR (GPa) = ');  
  
Acon=input('SECCIÓN DEL HILO DE CONTACTO (mm^2) = ');  
  
Dcon=input('DENSIDAD DEL HILO DE CONTACTO (kg/m^3) = ');  
  
Econ=input('MÓDULO ELÁSTICO DEL HILO DE CONTACTO (GPa) = ');  
  
Gcon=input('MÓDULO ELÁSTICO DE CORTADURA DEL HILO DE CONTACTO (GPa) = ');  
  
Spen=input('SECCIÓN DE LA PÉNDOLA (mm^2) = ');  
  
Epen=input('MÓDULO ELÁSTICO DE LA PÉNDOLA (GPa) = ');  
  
Dpen=input('DENSIDAD DE LA PÉNDOLA (kg/m^3) = ');
```

Por último, el programa permite calcular la elasticidad del hilo de contacto en el centro del vano o en los apoyos, mediante el siguiente comando:

```
nodo=input('PUNTO DE CÁLCULO DE LA ELASTICIDAD, INTRODUCIR "0" PARA EL APOYO Y "1" PARA EL CENTRO DEL VANO = ');
```

El programa muestra en la pantalla Comand Window de Matlab el valor de la elasticidad en el punto estudiado (mm/kg), así como la representación gráfica de la deformación producida, tanto en el vano completo como en el hilo de contacto. Como se vio en el apartado 5.9.1 “*Flexibilidad y rigidez del hilo de contacto*”, para hallar la flexibilidad de la catenaria se aplica una carga puntual de valor **1 daN** en el centro del vano y en el apoyo, respectivamente.

Para poder apreciar con detalle la deformación producida en la catenaria, se introduce en primer lugar una fuerza $F = 10 \text{ daN}$, obteniéndose las siguientes gráficas:

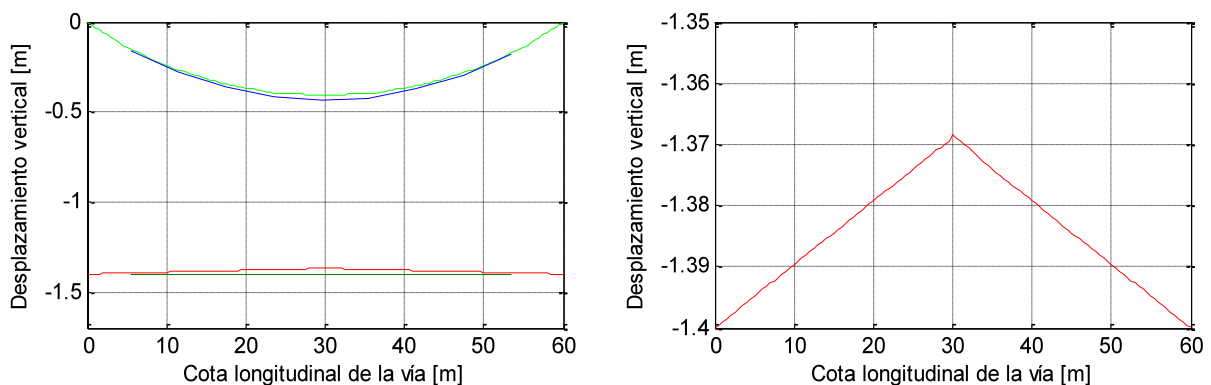


Figura 8.9: a) Deformada de la catenaria. b) Deformada del hilo de contacto. En ambos casos, carga de 10 daN aplicada en el centro del vano.

En la figura 8.9.a se muestra el vano de 60 metros deformado: las líneas azul y negra representan el hilo sustentador y de contacto antes de la deformación, respectivamente; las líneas verde y roja representan los hilos deformados, estando ambos desplazados verticalmente sobre los cables sin deformar. Esta figura resulta de interés si se tiene en cuenta que un tren detenido bajo la catenaria con el pantógrafo en contacto con ella ejerce una fuerza estática aproximada de 10 daN. Para apreciar con mayor detalle la flecha vertical del hilo de contacto y la deformación producida, la figura 8.9.b muestra únicamente este cable. Las gráficas corresponden a una catenaria similar a la de alta velocidad AE350, siendo la tensión en el hilo sustentador 17500 N, en el hilo de contacto 31500 N. La elasticidad obtenida es de 3,0354 mm/kg.

Cuando la fuerza ejercida es de 1 daN, las gráficas de la deformación no permiten apreciar con claridad la elevación del hilo de contacto y sustentador, figura 8.10.a. Sin embargo, la gráfica 8.10.b muestra con detalle la elevación del hilo de contacto, acotando los valores con mayor precisión que la figura 8.9.b. La elasticidad obtenida de 3,0354 mm/kg puede aproximarse gráficamente con la figura 8.10.b como $(1,4 - 1,397) \cdot 10^{-3} = 3 \text{ mm/kg}$.

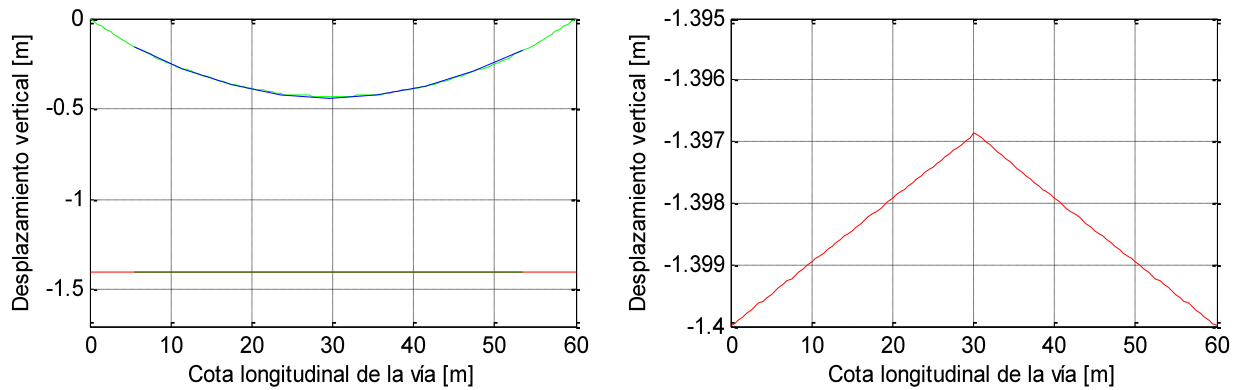


Figura 8.10: a) Deformada de la catenaria. b) Deformada del hilo de contacto. En ambos casos, carga de 1 daN aplicada en el centro del vano.

8.5.2 CÁLCULO DE LA FLEXIBILIDAD Y HOMOGENEIDAD.

En el apartado 5.9.1 “Flexibilidad y rigidez del hilo de contacto” se presentaron las ecuaciones para aproximar la flexibilidad y homogeneidad de la catenaria conociendo las tensiones que se aplican a los hilos del sistema y la longitud del vano.

La flexibilidad de la línea alcanza su valor máximo en el centro del vano, y puede estimarse por la expresión:

$$e_{m\acute{a}x} = \frac{L \cdot 10^3}{3,5 \cdot (F_c + F_s)} \quad [mm/kg]$$

donde:

L = Longitud del vano (m).

F_c = Fuerza de tensado del hilo de contacto (kg).

F_s = Fuerza de tensado del hilo sustentador (kg).

Por otro lado, la homogeneidad se calcula con

$$U(\%) = \frac{e_{m\acute{a}x} - e_{m\acute{i}n}}{e_{m\acute{a}x} + e_{m\acute{i}n}} \cdot 100$$

donde:

$e_{m\acute{a}x}$ = Elasticidad en el centro del vano (mm/kg).

$e_{m\acute{i}n}$ = Elasticidad en el apoyo (mm/kg).

Para comprobar los resultados obtenidos con programa ELASTICIDAD.m se realizan varias simulaciones, con las catenarias almacenadas en memoria y empleando datos genéricos para un posterior análisis de sensibilidad. Con los datos de las catenarias CR160 y CR220 [60, 61] se comparan los resultados calculados con Matlab y su aproximación numérica.

Los resultados obtenidos cuando se emplea la catenaria Re250 y han de tomarse como aproximados, ya que esta catenaria dispone péndolas en Y en los apoyos que no se han tenido en cuenta.

Para el cálculo de la elasticidad mínima se sitúa la carga en el nodo cuya péndola se encuentra más cercana al apoyo, en este caso en el nodo 133. En los apartados posteriores la homogeneidad de la catenaria empleando la fórmula anterior se calcula con los datos obtenidos con el programa ELASTICIDAD.m.

8.5.2.1 CATENARIA CR160.

Tensión del hilo sustentador: 1.375 kg = 13.475 N

Tensión del hilo de contacto: 2.000 kg = 19.600 N

Elasticidad máxima (mm/kg)		Elasticidad mínima (mm/kg)	
Dato	6	Dato	3
ELASTICIDAD.m	7,0989	ELASTICIDAD.m	2,4601
Fórmula	5,079		

Homogeneidad (%)	
Dato	33,3
ELASTICIDAD.m	48,52

Tabla 8.1: Elasticidad y homogeneidad de la catenaria CR160.

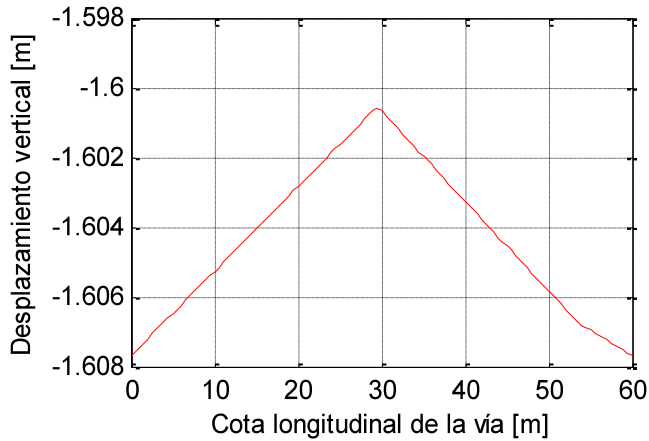


Figura 8.11: Deformada del hilo de contacto en el centro del vano, CR160.

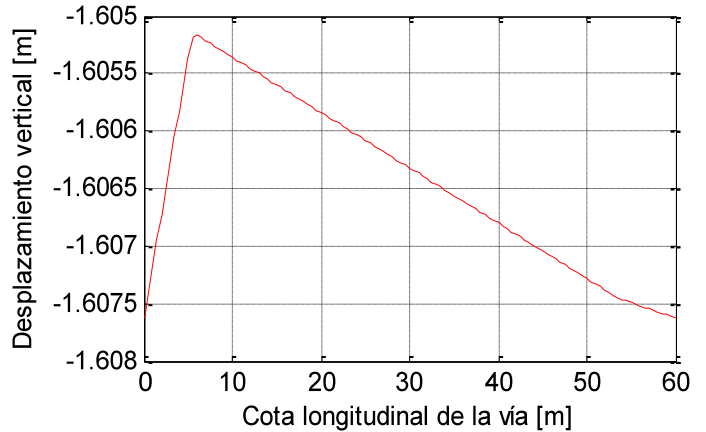


Figura 8.12: Deformada del hilo de contacto cerca del apoyo, CR160.

8.5.2.2 CATENARIA CR220.

Tensión del hilo sustentador: 2.551 kg = 25.000 N

Tensión del hilo de contacto: 2.551 kg = 25.000 N

Elasticidad máxima (mm/kg)	
Dato	2,35
ELASTICIDAD.m	3,446
Fórmula	3,360

Elasticidad mínima (mm/kg)	
Dato	1,223
ELASTICIDAD.m	1,9287

Homogeneidad (%)	
Dato	31,5
ELASTICIDAD.m	28,23

Tabla 8.2: Elasticidad y homogeneidad de la catenaria CR220.

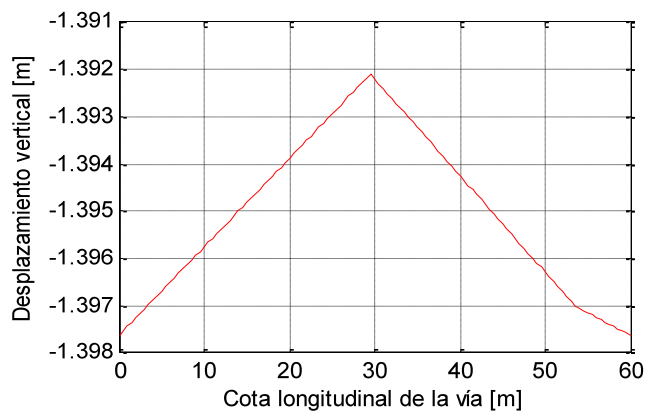


Figura 8.13: Deformada del hilo de contacto en el centro del vano, CR220.

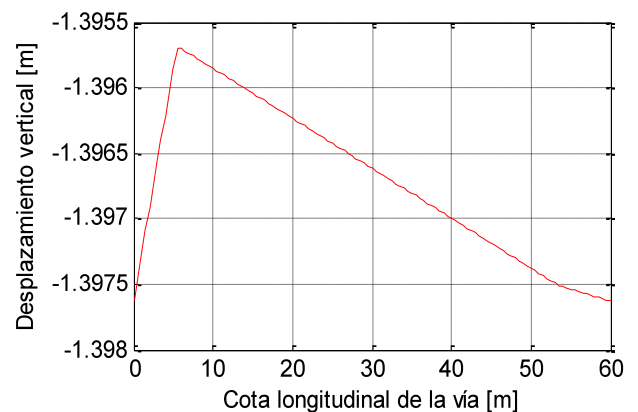


Figura 8.14: Deformada del hilo de contacto cerca del apoyo, CR220.

8.5.2.3 CATENARIA Re250.

Tensión del hilo sustentador: 1.530 kg = 15.000 N

Tensión del hilo de contacto: 1.530 kg = 15.000 N

Elasticidad máxima (mm/kg)	
Dato	6,082
ELASTICIDAD.m	5,1884
Fórmula	5,602

Elasticidad mínima (mm/kg)	
Dato	4,905
ELASTICIDAD.m	3,8135

Homogeneidad (%)	
Dato	9,5
ELASTICIDAD.m	15,27

Tabla 8.3: Elasticidad y homogeneidad de la catenaria Re250.

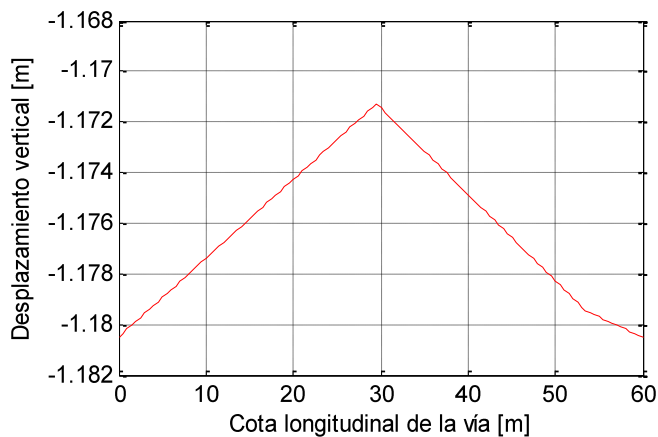


Figura 8.15: Deformada del hilo de contacto en el centro del vano, Re250.

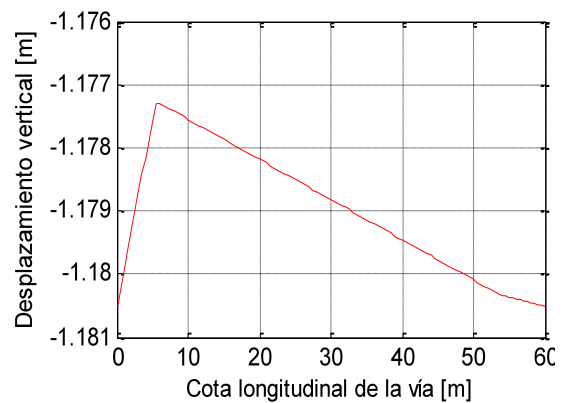


Figura 8.16: Deformada del hilo de contacto cerca del apoyo, Re250.

La homogeneidad calculada con el programa ELASTICIDAD.m presenta mayor variación respecto al dato original que en los apartados anteriores correspondientes a las catenarias CR160 y CR220, debido a que no se ha tenido en cuenta las péndolas en Y de los apoyos.

8.5.3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD.

Para llevar a cabo el análisis de sensibilidad en el cálculo de la homogeneidad con el programa ELASTICIDAD.m. se realizan diversas simulaciones con la catenaria CR220 y con una catenaria genérica, a fin de observar la influencia de los diferentes parámetros en la correcta captación de corriente. Estos mismos casos se analizan en el capítulo 11, dentro de las simulaciones de captación de corriente e interacción entre el pantógrafo y la catenaria flexible.

8.5.3.1 CATENARIA CR220 – PANTÓGRAFO Schunk WBL 85-12.

Las simulaciones llevadas a cabo con la catenaria CR220 inciden en la influencia de la tensión de los hilos de contacto, tal como se indica en el apartado 5.9.1 “*Flexibilidad y rigidez del hilo de contacto*”. Éstas corresponden a las simulaciones indicadas en la tabla 8.4 y 11.22 del capítulo 11, y consisten en el cálculo de la fuerza de contacto entre el pantógrafo y la catenaria manteniendo la velocidad de circulación en 160 km/h y variando la tensión de los cables del sistema:

Simulación	v (km/h)	$F_{est} + K_{aaero} v^2$ (daN)	$T_{hilo\ contacto}$ (N)	$T_{sustentador}$ (N)	Nº despegues
1	160	12,43	25.000	25.000	5
3	160	12,43	25.000	28.000	3
4	160	12,43	26.500	28.000	1

Tabla 8.4: Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.

En la figura 11.52 se observa la fuerza de contacto frente a la distancia recorrida en el vano, disminuyendo el número de despegues y por tanto aumentando la calidad del contacto a medida que aumenta la tensión de los hilos de contacto. Introduciendo estos datos en el programa ELASTICIDAD.m la homogeneidad obtenida en cada simulación es:

Simulación	$e_{m\acute{a}x}$ (mm/kg)	$e_{m\acute{i}n}$ (mm/kg)	Homogeneidad (%)	Nº despegues
1	3,446	1,9287	28,23	5
3	3,3048	1,9292	26,28	3
4	3,1936	1,9208	24,88	1

Tabla 8.5: Homogeneidad y despegues producidos.

Un aumento en la tensión de los cables de la catenaria produce una disminución de la homogeneidad de la misma, mejorando el contacto dinámico con el pantógrafo al tiempo que se reduce el número de despegues.

8.5.3.2 CATENARIA GENÉRICA – PANTÓGRAFO Schunk WBL 85-12.

Se introducen los datos de una catenaria genérica, a fin de estudiar la influencia en la homogeneidad de la sección y la tensión de los hilos del sistema:

Simulación	S_{sus} (mm ²)	$S_{h.con}$ (mm ²)	S_{pen} (mm ²)	$T_{hilo\ contacto}$ (N)	$T_{sustentador}$ (N)	Nº despegues
1	95	150	25	31.000	15.450	9
2	95	150	25	31.000	21.000	3
3	95	150	12	27.500	21.000	3
4	95	120	12	27.500	21.000	2

Tabla 8.6: Datos dinámicos de las cuatro simulaciones comparadas.

Simulación	$e_{m\acute{a}x}$ (mm/kg)	$e_{m\acute{i}n}$ (mm/kg)	Homogeneidad (%)	Nº despegues
1	3,5425	1,5610	38,85	9
2	3,5027	1,5596	38,38	3
3	3,0568	1,7566	27,01	3
4	3,0598	1,8295	25,16	2

Tabla 8.7: Homogeneidad y despegues producidos.

Los datos de la tabla 8.6 coinciden con los de las simulaciones recogidas en la tabla 11.26 del capítulo 11.

Comparando las simulaciones 1 y 2, en las que se mantienen los datos geométricos y mecánicos de la catenaria, un aumento en la tensión del cable sustentador reduce drásticamente el número de despegues. Comparando las simulaciones 3 y 4, se observa que una disminución de la sección del hilo de contacto favorece la homogeneidad de la catenaria y mejora el acoplamiento dinámico entre el pantógrafo y la catenaria, al disminuir el número de despegues.

CAPÍTULO 9.
MODELO MATEMÁTICO
DEL PANTÓGRAFO.

9.1 CONSIDERACIONES INICIALES.

Matemáticamente, el pantógrafo puede ser modelado de diversas formas, en base a los ensayos a los que sea sometido. Puede considerarse, por tanto, un sistema formado por masas puntuales y resortes como el empleado para ensayos dinámicos; también puede diseñarse en 3-D para su posterior análisis de resistencia, fatiga o comportamiento térmico mediante modelos FEM.

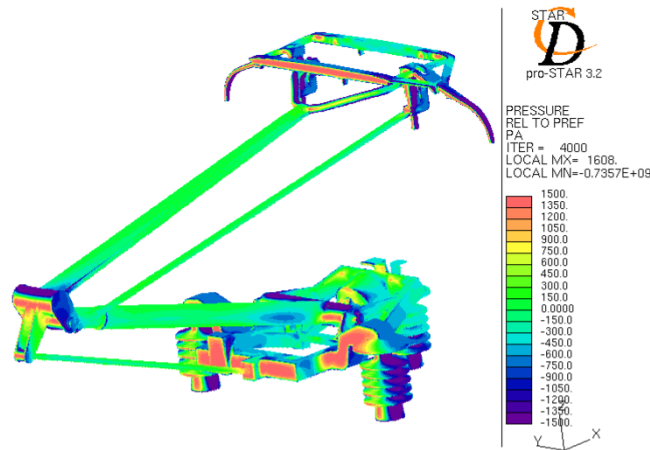


Figura 9.1: Modelo de pantógrafo 3-D para análisis FEM [62].

En ambos diseños, el pantógrafo se divide generalmente en tres partes: brazo inferior, que compensa las diferencias de altura de la catenaria a lo largo de grandes distancias (paso a nivel, túnel); brazo superior, más ligero, que amortigua los movimientos rápidos pero de pequeña amplitud del hilo de contacto (imperfecciones de la altura del cable, flecha, vibraciones, despegues...); mesilla y frotadores, elementos en contacto directo con el hilo de contacto [2, 57, 63, 64].

Para el estudio llevado a cabo en este proyecto, el pantógrafo se modela como un conjunto de masas, resortes y amortiguadores que, si bien sus valores pueden ser obtenidos en ensayos de laboratorio, generalmente, serán proporcionados por el fabricante.

9.2 REPRESENTACIÓN MATRICIAL DEL PANTÓGRAFO.

Para comenzar a calcular la iteración del pantógrafo sobre la catenaria, es necesario esquematizar el funcionamiento de este mecanismo. El modelo que se va a utilizar es el de tres masas unidas por resortes: la masa superior incluye la de la mesilla con los frotadores, la del medio corresponde con la de los brazos del pantógrafo, mientras que la inferior es la masa asociada a la estructura que se une al techo de la unidad ferroviaria.

En cuanto a los resortes considerados, el superior es el que se encuentra entre la masa de la mesilla y la de los brazos, el del medio corresponde con el resorte inferior de estos brazos y el último resorte simula la elasticidad de la unión entre la estructura inferior del pantógrafo y el techo de la unidad ferroviaria.

A cada una de las masas se le asocia una coordenada generalizada correspondiente a su desplazamiento vertical.

La siguiente figura muestra esquemáticamente el pantógrafo empleado:

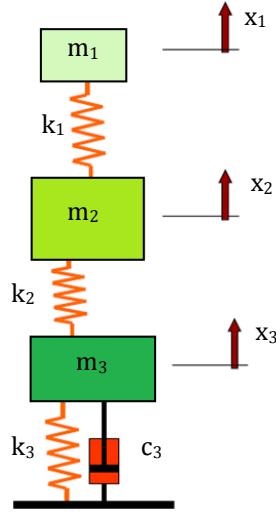


Figura 9.2: Modelo simplificado de tres masas, tres resortes y un amortiguador [2].

Las ecuaciones dinámicas del sistema son las siguientes:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_2) &= F_{mesilla} \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_1(x_2 - x_1) + k_2(x_2 - x_3) &= F_{brazos} \\ m_3 \ddot{x}_3 + c_3 \dot{x}_3 + k_2(x_3 - x_2) + k_3 x_3 &= 0 \end{aligned}$$

El término $F_{mesilla}$ engloba tanto la fuerza aerodinámica como la fuerza de contacto de la catenaria sobre el pantógrafo (capítulo 7), si bien esta última sólo se considera en el acoplamiento entre ambos sistemas; por tanto, para la representación del pantógrafo, $F_{mesilla} = F_{aerodinámica}$.

El término F_{brazos} corresponde a la fuerza estática de tarado del pantógrafo, que se supone aplicada en el brazo inferior del pantógrafo: $F_{brazos} = F_{estática}$.

La ecuación matricial del comportamiento dinámico de este pantógrafo se expresa:

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{aerodinámica} \\ F_{estática} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

o bien:

$$[M]_p \cdot \{\ddot{x}\}_p + [C]_p \cdot \{\dot{x}\}_p + [K]_p \cdot \{x\}_p = \{F_p\}$$

donde:

(el subíndice p hace referencia al pantógrafo).

$[M]_p$ = Matriz de masas del pantógrafo.

$[C]_p$ = Matriz de amortiguamiento del pantógrafo.

$[K]_p$ = Matriz de rigidez del pantógrafo.

$\{\ddot{x}\}$ = Vector de aceleración.

$\{\dot{x}\}$ = Vector de velocidad.

$\{x\}$ = Vector de posición.

$\{F_p\}$ = Vector fuerza del pantógrafo.

Aunque en el modelo no se ha incluido más que el amortiguamiento c_3 , podrían considerarse también amortiguadores entre las otras masas. En las ecuaciones, la introducción de estos amortiguadores quedaría reflejada en que la matriz amortiguamiento sería igual que la de rigidez, pero con los diferentes valores de c en lugar de las k .

En el apartado 11.2 “Acoplamiento del sistema” se tratan con mayor profundidad estas ecuaciones y su integración en el conjunto del sistema dinámica formado por la catenaria y el pantógrafo.

9.2.1 VARIACIONES DEL MODELO DE PANTÓGRAFO.

Aunque se ha esquematizado una única representación del pantógrafo, las ecuaciones matriciales pueden ampliarse para estudiar con más detalle los elementos constituyentes del pantógrafo. Por ejemplo, mediante un modelo 3-D en FEM de los brazos, la mesilla y la estructura y la aplicación de esfuerzos puntuales, puede determinarse con exactitud la rigidez de cada uno de estos elementos para un modelo real de pantógrafo. De esta forma, las matrices cuadradas podrían tener tantas filas y columnas como elementos se quisieran representar, por ejemplo la mesilla, los 2 brazos por separado y la estructura. El vector $\{F_p\}$ tendría tantas filas como elementos, y las fuerzas ejercidas habrían de situarse en el grado de libertad del pantógrafo considerado, por ejemplo la fuerza aerodinámica en la mesilla, la fuerza estática en el brazo inferior, la amortiguación en el brazo inferior o en el bastidor, etc.

Para un modelo de j elementos, siendo 1 la mesilla y j el bastidor, las matrices masa y rigidez serían:

$$[M]_p = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_j \end{pmatrix}; \quad [K]_p = \begin{pmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -k_2 & \ddots & & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & & k_i + k_{i+1} & -k_i & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & -k_i & \ddots & -k_{j-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{j-1} & k_j + k_{j-1} \end{pmatrix}$$

A modo de ejemplo, en [46] se estudia la dinámica de un tramo de transición entre dos vanos de catenaria. Para facilitar y agilizar la integración y resolución del sistema se consideran dos elementos adicionales, sin masa ($m_3 = m_4 = 0$) que representan a los frotadores. Éstos ejercen directamente la fuerza de contacto del pantógrafo sobre los hilos de contacto. Están unidos al brazo superior mediante los resortes k_3 y k_4 , que físicamente representan la rigidez del contacto “frotador – hilo de contacto”.

Al igual que en caso de contacto en vano simple, el escalar λ , multiplicador de Lagrange, representa la fuerza de contacto entre la catenaria y el pantógrafo cambiada de signo, para cada uno de los frotadores (ver 11.2 “Acoplamiento del sistema”). Es posible representar diversas condiciones de contorno, ya que el pantógrafo puede interactuar con uno o los dos hilos de contacto y por separado o simultáneamente con ambos frotadores.

La matriz de masas del pantógrafo es, al igual que en los otros modelos, diagonal, de la forma:

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Del mismo modo, la matriz diagonal de rigidez del pantógrafo es:

$$\begin{pmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 + k_4 & -k_3 & -k_4 \\ 0 & -k_3 & k_3 & 0 \\ 0 & -k_4 & 0 & -k_4 \end{pmatrix}$$

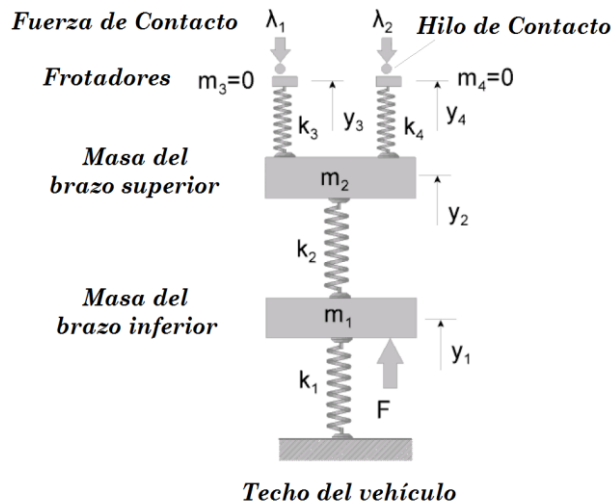


Figura 9.3: Modelo simplificado de cuatro masas y cuatro resortes [46].

CAPÍTULO 10.
INTERACCIÓN
PANTÓGRAFO –CATENARIA.
ANÁLISIS DINÁMICO DURANTE LA
CAPTACIÓN DE CORRIENTE.

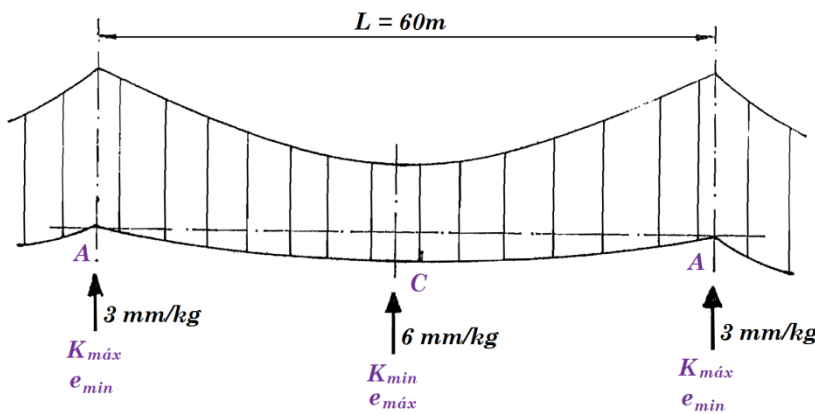
En este capítulo se desarrolla en Matlab un programa que permite establecer la ecuación de la fuerza de contacto entre el pantógrafo y la catenaria, así como calcular la elevación de la misma al paso del pantógrafo. La ecuación de la fuerza de contacto presenta una curva parabólica en función de la velocidad [2, 40] y es importante para determinar el comportamiento del pantógrafo a altas velocidades y establecer actuaciones tales como modificar la fuerza estática o emplear pantógrafos electrónicos capaces de regular dicha fuerza.

El programa está desarrollado en base a las ecuaciones presentadas en [25], de aplicación generalizada para la homologación de pantógrafos [21-26].

10.1 INTRODUCCIÓN.

Para realizar el análisis dinámico durante la captación de corriente se presentan las ecuaciones aplicadas a la catenaria CR160 de RENFE, pudiendo ser extrapoladas a otros tipos de catenarias (apartado 10.4.2 “Resultados”).

Como se vio en el apartado 5.9.1 “Flexibilidad y rigidez del hilo de contacto”, la flexibilidad del hilo de contacto no es constante en todos sus puntos. En ese sentido, la catenaria CR 160 para vía convencional posee los siguientes valores de flexibilidad:



En el centro del vano, punto C, la flexibilidad es máxima:

$$e_{max} = 6 \text{ mm/kg.}$$

En los apoyos, punto A, la flexibilidad es mínima:

$$e_{min} = 3 \text{ mm/kg}$$

Figura 10.1: Vano de catenaria CR 160.

El hilo de contacto tiene una flecha inicial, en reposo, cuyo valor máximo en el centro del vano alcanza el valor de 60 mm (existen tramos con flecha 36 mm), definida como la milésima parte de la longitud del vano.

Para un análisis dinámico se parte de las siguientes hipótesis:

10.1.1 PANTÓGRAFO SIN MASA.

Si un dispositivo sin masa se desplazase bajo el hilo de contacto ejerciendo una fuerza vertical constante de 9,81 N (1 kg), elevaría dicho hilo de contacto e_A mm en el punto A y e_C mm en el punto C, siendo:

$$e_A = e_{min} \cdot 1 \text{ kg} = 3 \text{ mm}$$

$$e_C = e_{max} \cdot 1 \text{ kg} = 6 \text{ mm}$$

De esta forma, se producirá un movimiento vertical alternativo al paso del pantógrafo con una amplitud entre crestas de

$$Flecha_{inicial} + e_A - e_C = 60 + 3 - 6 = 57 \text{ mm}$$

siendo la función sinusoidal del movimiento:

$$x = 28,5 \cdot \text{sen}(wt) \text{ [mm]}$$

Debido a que el pantógrafo posee una masa móvil M , existirá una fuerza de inercia f_i , por efecto de la excitación de x , cuyo valor es:

$$f_i = M \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

Asimilando x a una función sinusoidal, la fuerza f_i también es sinusoidal, de la misma frecuencia y desfasada 180° respecto a x . Esta fuerza, que tiende a oponerse a la causa que la produce, toma su valor absoluto máximo en el centro del vano, donde la catenaria es elevada al máximo, y en los extremos, donde se apoya a en las ménsulas.

10.1.2 DISTORSIÓN DE LA LÍNEA DE CONTACTO CUANDO EL PANTÓGRAFO SE MUEVE A LO LARGO DE ELLA.

Si el pantógrafo que se desliza bajo la catenaria ejerciese una fuerza sinusoidal de amplitud $\uparrow 9,81 \text{ N}$ en el centro del vano y $\downarrow 9,81 \text{ N}$ en los apoyos, el hilo de contacto ascendería e_C en el centro y descendería e_A en los apoyos.

La amplitud vertical del movimiento del pantógrafo, y por tanto de la catenaria, será (valor pico a pico):

$$Flecha_{inicial} - e_A - e_C = 60 - 3 - 6 = 51 \text{ mm}$$

produciéndose un movimiento sinusoidal cuya amplitud instantánea será:

$$x = 25,5 \cdot \text{sen}(wt) \text{ [mm]}$$

debido únicamente a la fuerza de inercia f_i del pantógrafo.

Por consiguiente puede decirse que, para una catenaria concreta, la diferencia de amplitud entre el centro del vano y los apoyos está formada por la suma de dos términos:

- Término debido al valor de la fuerza estática.
- Término debido a las fuerzas de inercia del pantógrafo y que depende solamente de la calidad de dicho dispositivo.

10.1.3 AMPLIFICACIÓN DINÁMICA DE LA EXCITACIÓN.

Los sistemas físicos poseen un determinado grado de amortiguación o disipación interna de parte de la energía que reciben como excitación. El grado de amortiguación depende de las características físicas del cuerpo considerado.

La respuesta dinámica de un sistema depende del tipo de excitación a que se encuentra sometido. Cuando la frecuencia excitadora se encuentra próxima a la frecuencia natural de dicho sistema se producen amplificaciones cuya magnitud es función del grado de amortiguamiento.

En el caso analizado, excitación sinusoidal, la amplificación dinámica responde a la siguiente formulación [25, 65, 66]:

$$Y = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{f_{exc}}{f_{nat}}\right)^2\right]^2 + 4 \cdot \left(B \cdot \frac{f_{exc}}{f_{nat}}\right)^2}} \quad [-]$$

donde:

Y = Coeficiente de amplificación dinámica (-).

B = Coeficiente de amortiguación porcentual del amortiguamiento crítico (-).

f_{exc} = frecuencia de la excitación (velocidad de desplazamiento del pantógrafo) (Hz).

f_{nat} = frecuencia natural del sistema (Hz).

La consideración de la amplificación dinámica del movimiento excitador x tiene por objeto el análisis de los casos más desfavorables que pueden darse en la interacción entre el pantógrafo y la catenaria.

10.2 CRITERIO DE CALIDAD DEL PANTÓGRAFO.

Cuando el frotador del pantógrafo es excitado a diferentes frecuencias con una amplitud $x \cdot \sin(wt)$, el cociente $\frac{f_i}{x}$ [kg/mm] en función de w , es considerado como el criterio de calidad del pantógrafo. El menor valor del cociente $\frac{f_i}{x}$ es el que proporciona la mejor calidad en la captación de corriente. Dicho cociente se denomina también **función de transferencia del pantógrafo**; su expresión es la siguiente:

$$f(w) = \frac{f_i}{x} = \frac{[M_1 \cdot m_1 \cdot w^2 - K_1 \cdot (M_1 + m_1)] \cdot w^2}{10 \cdot (K_1 - w^2 \cdot M_1)} \quad [kg/mm]$$

donde:

$$M_1 = \text{Masa total de los dos brazos} = \frac{\text{Masa (kg)}}{981 \text{ (cm/s}^2\text{)}}$$

$$m_1 = \text{Masa del frotador} = \frac{\text{Masa (kg)}}{981 \text{ (cm/s}^2\text{)}}$$

K_1 = Elasticidad de los muelles del frotador (kg/cm).

w = Pulsación de la excitación $= 2\pi \cdot f_{exc} = \frac{2\pi \cdot v}{3,6 \cdot L}$ (rad/s).

v = Velocidad del pantógrafo (km/h).

L = Distancia entre apoyos (m).

El pantógrafo empleado corresponde al siguiente esquema:

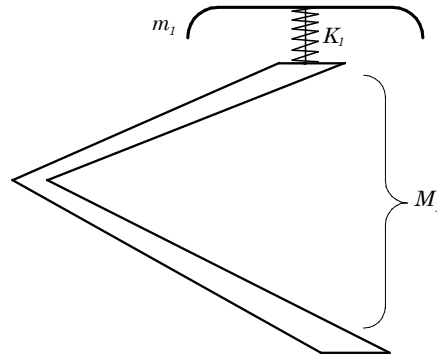


Figura 10.2: Esquema del pantógrafo modelado.

Esta formulación presenta las siguientes conclusiones:

- En las frecuencias bajas, f_i es proporcional a w^2 . La resonancia se produce cuando:

$$w = \sqrt{\frac{K_1}{M_1}}$$

- Existe un valor mínimo de la función $\frac{f_i}{x}$ para la condición:

$$w = \sqrt{\frac{K_1 \cdot (M_1 + m_1)}{M_1 \cdot m_1}}$$

- A altas frecuencias, la función tiende a $m_1 \cdot p^2$, donde $p = j \cdot w$.

10.3 CATENARIA.

Las características propias del pantógrafo y la catenaria definen el comportamiento dinámico del conjunto cuando dicho dispositivo se traslada bajo el hilo de contacto.

A causa del efecto aerodinámico, la fuerza de contacto es suma de la fuerza estática, aerodinámica y dinámica, es decir, el valor de la fuerza de contacto no es constante [2, 22-26]. La expresión que define la fuerza es función de la velocidad al cuadrado y del instante en el que se produce la inflexión de la línea de contacto cuando ésta tiene flecha inicial (que justifica en parte la necesidad del análisis no lineal).

Según la figura 10.3, el hilo de contacto se deforma cuando el pantógrafo se traslada bajo él, siendo la línea continua la deformada y la línea discontinua la posición inicial:

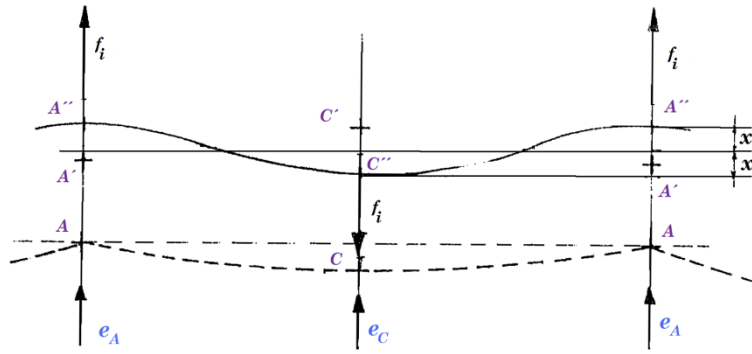


Figura 10.3: Deformación del hilo de contacto (línea continua); posición estática (línea discontinua).

Por tanto:

$$e_C \cdot (F_t + K_2 \cdot v^2) = 60 + e_A \cdot (F_t + K_2 \cdot v^2) \quad (1)$$

donde:

F_t = Fuerza estática de tarado de fábrica .

K_2 = Coeficiente aerodinámico medio experimental ($kg \cdot s^2/m$).

v = Velocidad del pantógrafo (km/h).

e_A, e_C = Elasticidades de la catenaria (mm/kg .)

10.4 INTERACCIÓN PANTÓGRAFO – CATENARIA CON MATLAB.

En este apartado se establecen las ecuaciones de contacto necesarias para la simulación dinámica con Matlab. De esta forma se podrán obtener las gráficas de elevación del hilo de contacto en los apoyos y el centro del vano, representadas frente a las velocidades mínima y máxima introducidas por el usuario, y la expresión matemática de la fuerza de contacto. Las entradas del programa permiten variar diferentes parámetros del contacto y comprobar su efecto en la calidad de la captación.

Las ecuaciones del apartado 10.4.1 se implementan en el programa de Matlab (Inter.m) realizado a tal efecto, ver Anexo 14.2 “Programa Inter.m”. Este programa permite introducir los siguientes datos:

- Masas y elasticidades de los brazos y frotadores del pantógrafo.
- Fuerza estática de tarado en fábrica.
- Coeficiente aerodinámico experimental del pantógrafo.
- Elasticidades en el centro del vano y apoyos.
- Frecuencia natural de la catenaria.
- Longitud del vano y valor entre el que se divide para determinar la flecha inicial.
- Velocidades mínima y máxima entre las que se realiza el estudio.

10.4.1 ECUACIONES DE LA INTERACCIÓN.

10.4.1.1 FUNCIÓN DE TRANSERENCIA DEL PANTÓGRAFO.

$$T = \left| \frac{f_i}{x} \right| = \left| \frac{[M_1 \cdot m_1 \cdot w^2 - K_1 \cdot (M_1 + m_1)] \cdot w^2}{10 \cdot (K_1 - w^2 \cdot M_1)} \right| \quad [kg/mm]$$

10.4.1.2 DESPLAZAMIENTO DINÁMICO DE LA CATENARIA.

$$X = \frac{f - (F_1 + K_2 \cdot v^2) \cdot (K_4 - K_3)}{2 - T \cdot (K_4 + K_3)} \quad [mm]$$

10.4.1.3 FUERZA DE INERCIA DEL PANTÓGRAFO.

$$R = f_i = T \cdot X \quad [kg]$$

10.4.1.4 ELEVACIÓN DE LA CATENARIA.

En el apoyo de los postes:

$$H_A = K_3 \cdot (F_1 + K_2 \cdot v^2 + R) \quad [mm]$$

En el centro del vano:

$$H_C = K_4 \cdot (F_1 + K_2 \cdot v^2 - R) \quad [mm]$$

10.4.1.5 FUERZA SOBRE LA CATENARIA

En el apoyo de los postes:

$$P_A = F_1 + K_2 \cdot v^2 + R \quad [kg]$$

En el centro del vano:

$$P_C = F_1 + K_2 \cdot v^2 - R \quad [kg]$$

donde:

f = Flecha en el centro del vano (mm).

L = Distancia entre apoyos (m).

K_3 = Elasticidad dinámica de la catenaria en el apoyo = $e_{mín} \cdot Y_2$ (mm/kg).

$e_{mín}$ = Elasticidad estática de la catenaria en el apoyo (mm/kg).

K_4 = Elasticidad dinámica de la catenaria en el centro del vano = $e_{máx} \cdot Y_2$ (mm/kg).

$e_{máx}$ = Elasticidad estática de la catenaria en el centro del vano (mm/kg).

Y_2 = Factor de amplificación dinámica de la catenaria

$$Y_2 = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{w}{A_2}\right)^2\right]^2 + 4 \cdot \left(B_2 \cdot \frac{w}{A_2}\right)^2}} \quad [-]$$

A_2 = Pulsación natural de la catenaria = $2\pi D \cdot \sqrt{1 - B_2^2}$ (rad/s).

B_2 = Amortiguamiento porcentual de la catenaria (-).

D = Frecuencia natural de la catenaria (Hz).

F_t = Fuerza estática de tarado de fábrica ($kg \sim daN$).

K_2 = Coeficiente aerodinámico experimental ($kg \cdot s^2/m$).

$$M_1 = \frac{\text{Masa del sistema articulado en kg}}{981} \left(\frac{kg \cdot s^2}{cm} \right).$$

$$m_1 = \frac{\text{Masa del frotador en kg}}{981} \left(\frac{kg \cdot s^2}{cm} \right).$$

K_1 = Elasticidad dinámica de la suspensión del frotador = $E \cdot Y^{-1}$ ($\frac{kg}{cm}$).

E = Elasticidad estática de la suspensión del frotador ($\frac{kg}{cm}$).

w = Pulsación de la excitación = $2\pi \cdot f_{exc} = \frac{2\pi \cdot v}{3,6 \cdot L}$ (rad/s).

v = Rango de velocidades del pantógrafo (km/h).

$$A_1 = \text{Pulsación natural del pantógrafo} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{E \cdot (1 - B_1^2)}{M_1}}$$

Y_1 = Factor de amplificación dinámica del pantógrafo

$$Y_1 = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{w}{A_1}\right)^2\right]^2 + 4 \cdot \left(B_1 \cdot \frac{w}{A_1}\right)^2}} \quad [-]$$

B_1 = Amortiguamiento porcentual del pantógrafo (-).

10.4.2 RESULTADOS DEL CÁLCULO.

Las simulaciones con el programa Inter.m se han realizado empleando tres catenarias (tabla 10.1) y tres pantógrafos (tabla 10.2) utilizadas actualmente por RENFE / ADIF. De esta forma se han combinado diferentes situaciones de contacto, empleando catenarias de velocidad convencional y alta velocidad, así como pantógrafos para velocidades hasta 200 km/h y superiores (velocidad convencional, velocidad alta y alta velocidad). Los tres sistemas de catenaria son [7, 18]:

- CR160 en líneas convencionales (cercanías y otras líneas de largo recorrido) [60].
- CR220 para velocidad alta (por ejemplo en el Corredor Mediterráneo) [61].
- Re250 para alta velocidad (AVE Madrid – Sevilla) [14, 50].

	CR 160	CR 220	Re 250
e_{\min} (mm/kg)	2,94	1,223	4,905
e_{\max} (mm/kg)	5,88	2,35	6,082
D (Hz)	0,811	0,633	0,865
B_2 (-)	0,08	0,085	0,09
L (m)	60	60	65
c^* (-)	1000	1666,66	0
f (mm)	60	36	0

Tabla 10.1: Catenarias empleadas en la simulación dinámica.

c *: valor introducido en el programa para determinar la flecha inicial en milímetros, dividiendo L entre este valor **c**. Se introduce 0 si la flecha es nula.

La frecuencia natural de la catenaria (ver Anexo 14.1 “Catenarias RENFE / ADIF”) se calcula con la expresión de 5.9.6 “Fenómenos de vibración: Resonancia y Velocidad Crítica”:

CR160:

$$f_c = \frac{0,5}{L} \cdot \sqrt{\frac{\sum T}{\sum M}} = \frac{0,5}{60m} \cdot \sqrt{\frac{(2 \cdot 1.000 + 1.375)kg \cdot 9,81 m/s^2}{3,495 kg/m}} = 0,811 [Hz]$$

CR220:

$$f_c = \frac{0,5}{L} \cdot \sqrt{\frac{\sum T}{\sum M}} = \frac{0,5}{60m} \cdot \sqrt{\frac{(2 \cdot 2.551 + 2.551)kg \cdot 9,81 m/s^2}{(7,278 + 2 \cdot 1,335 + 13 \cdot 0,235)kg/m}} = 0,633 [Hz]$$

Re250:

$$f_c = \frac{0,5}{L} \cdot \sqrt{\frac{\sum T}{\sum M}} = \frac{0,5}{65m} \cdot \sqrt{\frac{(15 + 15 + 2,8) kN}{(1,07 + 0,596 + 0,152 \cdot 7 + 0,31)kg/m}} = 0,865 [Hz]$$

(Cada vano tiene 7 péndolas verticales simples y 1 péndola en Y)

La introducción en la formulación de los factores de amplificación dinámica es un concepto subjetivo, que le confiere un mayor grado de conservadurismo al resultado obtenido [25]. Para estudiar su influencia se realizará una primera simulación calculando los valores a cada iteración; en la segunda se supondrá un valor constante igual a la unidad.

Los tres pantógrafos empleados son:

- AM 32 AV [24, 26].
- Schunk WBL 85-12 [67, 68, 69].
- Faiveley GPU [54].

	AM 32 AV (pletina 7mm)	AM 32 AV (pletina 12mm)	Schunk WBL 85-12	Faiveley GPU (AVE)
M ₁ (kg)	68,5	68,5	66,5	64
m ₁ (kg)	15,5	15,5	17,2	15
E (kg/cm)	5,5	6,06	20,89	9,183
B ₁ (–)	0,012	0,012	0,01	0,008
F _t (kg ~ daN)	9	9	10	7
K ₂ (kg · s ² /m)	0,000318	0,000318	0,000095	0,00009734
v (km/h)	100 – 200	100 – 200	100 – 240	100 – 350

Tabla 10.2: Pantógrafos empleados en la simulación dinámica.

10.4.2.1 SIMULACIÓN VELOCIDAD Y VÍA RENFE CONVENCIONAL (PANTÓGRAFO AM 32 AV). INFLUENCIA DE LOS FACTORES DE AMPLIFICACIÓN.

Los resultados mostrados a continuación corresponden a la interacción del pantógrafo AM 32 AV (pletina de 7 mm), equipado en las locomotoras series 250, 251 y 269 entre otras, con la catenaria RENFE CR160, en vía de ancho RENFE de 1.668 mm. Se estudia la elevación vertical y la fuerza de contacto de los apoyos A y el centro del vano C. Las velocidades estudiadas se encuentran entre 100 y 200 km/h, ya que cubren ampliamente el rango habitual de trabajo de las locomotoras que equipan estos pantógrafos y discurren bajo esta catenaria. Se emplea un rango tan amplio para observar claramente la curva de elevación de los puntos estudiados, si bien realmente la velocidad máxima a la que puede circularse bajo esta catenaria es de $160 \text{ km/h} + 10\% = 176 \text{ km/h}$.

Resultado en el apoyo A calculando los factores de amplificación y/o manteniéndolos constantes.

La gráfica 10.4 muestra la elevación del apoyo al paso del pantógrafo, teniendo en cuenta los factores de amplificación calculados en cada iteración (figura de la izquierda) y cuando se consideran constantes ($Y1 = Y2 = 1$, figura de la derecha).

Introduciendo en command window de Matlab el comando **hA**, aparecen en pantalla los valores de elevación del apoyo para cada velocidad entre 100 y 200 km/h. Analizando este vector **hA** cuando se han calculado los factores de amplificación se observa que la inversión dinámica de la catenaria se produce a 174 km/h, para una altura de 337,753 mm.

La hipótesis de factores de amplificación constantes puede aplicarse en caso de que se desconozcan los factores reales o cuando no se precise un resultado conservador, sino una primera aproximación [25]. Introduciendo el comando **hA**, aparecen en pantalla los valores de elevación del apoyo en este segundo caso. Puede observarse, comparando ambas gráficas, que la elevación del hilo de contacto es menor cuando se suponen los factores de amplificación constantes.

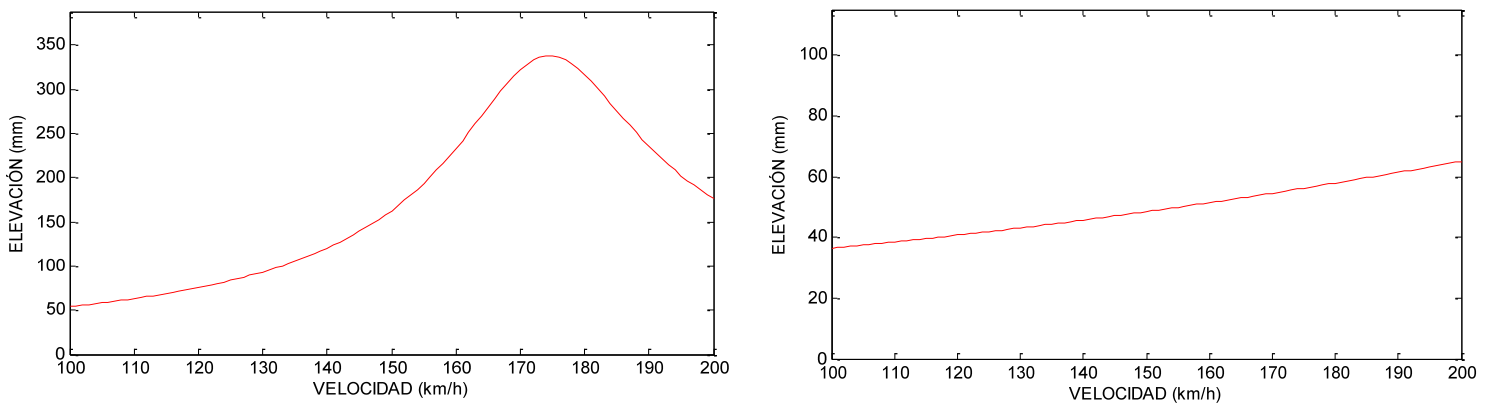


Figura 10.4: Elevación del hilo de contacto en el apoyo, H_A en función de la velocidad, calculando los factores de amplificación (izquierda) y manteniéndolos constantes iguales a la unidad (derecha).

Velocidad (km/h)	H _A (mm) calculando Y1, Y2	H _A (mm) (Y1 = Y2 = 1)
100	53,87	36,55
120	75,54	40,75
140	120,05	45,73
160	233,04	51,46
180	316,18	57,92
200	176,23	65,10

Tabla 10.3: Elevación del apoyo A en ambos casos.

Normalmente, a velocidades comerciales de 140 – 160 km/h, la elevación del apoyo alcanza valores entre 50 y 150 mm (ver imagen 6.9), por lo que se puede suponer que el calcular los factores en cada iteración no arroja resultados adecuados. Introduciendo **fa** en command window, Matlab muestra los resultados de la fuerza de contacto en función de la velocidad. Las gráficas de fuerza en el apoyo A calculadas son:

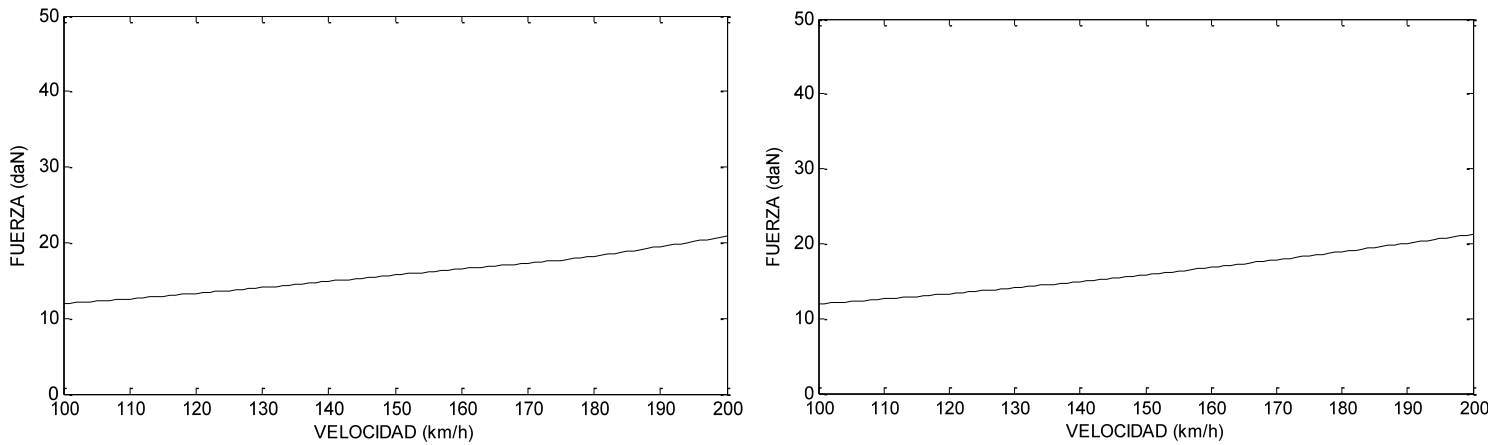


Figura 10.5: Fuerza de contacto en el apoyo, F_A, en función de la velocidad (Matlab).

La figura de la izquierda representa la fuerza de contacto cuando los factores de amplificación se calculan tras cada iteración, siendo en este caso la ecuación obtenida exportando los datos a Excel:

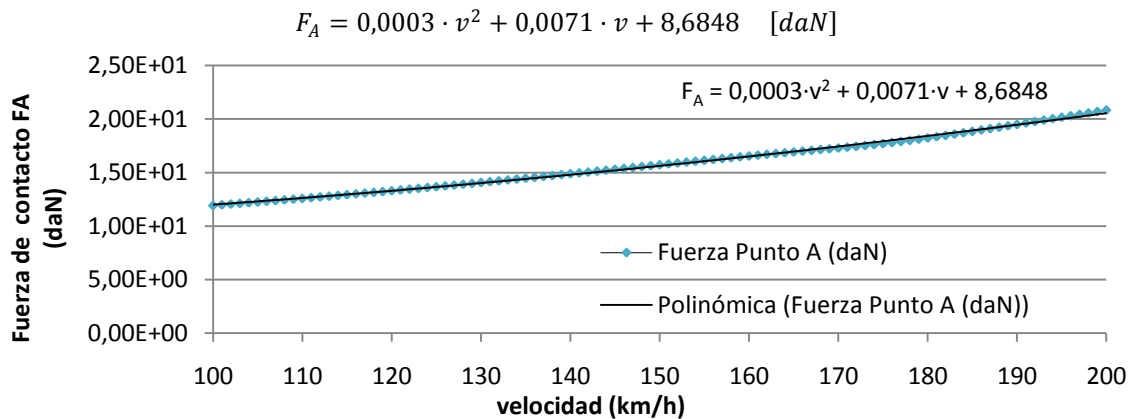


Figura 10.6: Fuerza de contacto en el apoyo, F_A, en función de la velocidad (Excel).

Por otro lado, representando en Excel los datos de la fuerza en el caso $Y1 = Y2 = 1$, se obtiene la siguiente ecuación:

$$F_A = 0,0003 \cdot v^2 + 0,0022 \cdot v + 8,6717 \quad [daN]$$

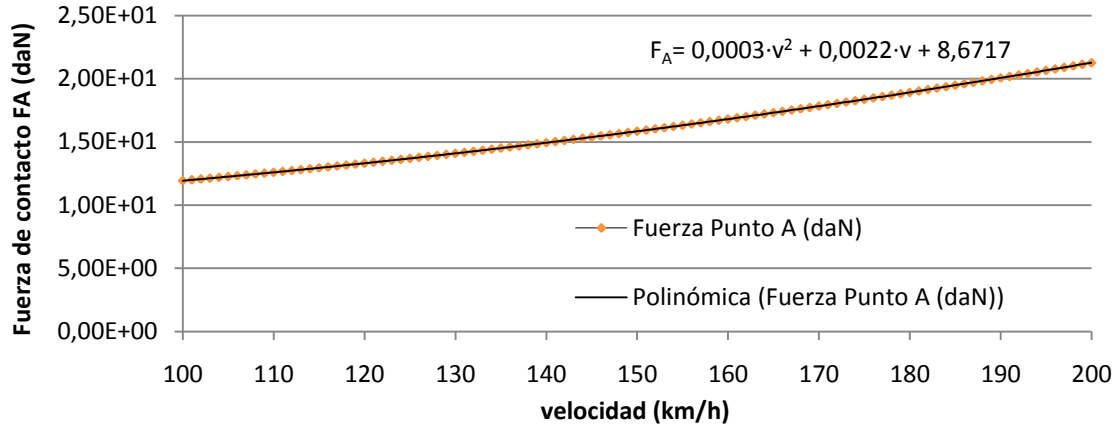


Figura 10.7: Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad (Excel).

Comparando ambas gráficas de fuerza se observa cómo la introducción o no de estos factores apenas influye en el aumento de la misma.

Las ecuaciones de fuerza de contacto, trabajando en unidades de daN y km/h, presentan un coeficiente del orden de 10^{-4} multiplicando a v^2 . En el caso estudiado, el coeficiente aerodinámico experimental del pantógrafo es de $0,000318 \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}$, dando la curva de ajuste el valor 0,0003. El término independiente de la ecuación corresponde a la fuerza estática, cuyo valor no se ve afectado por la velocidad. El valor obtenido con el ajuste cuadrático se puede aproximar a $(8,6717 + 8,6848)/2 = 8,67825 \text{ daN}$, habiendo sido introducido el valor de 9 daN.

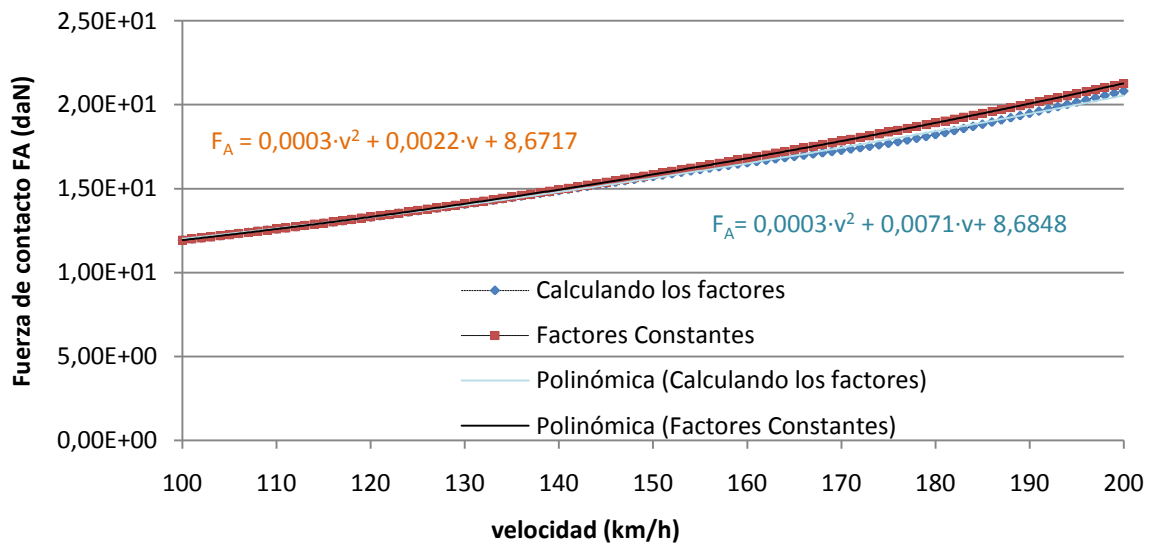


Figura 10.8: Fuerza en función de la velocidad en ambos casos.

El resto de simulaciones se realizarán teniendo en cuenta los valores de factor de amplificación dinámica del pantógrafo y de la catenaria iguales a la unidad, ya que ofrecen mejores resultados de deformación del hilo de contacto. El programa realizado en Matlab puede calcular, en cualquiera de los dos casos, la ecuación de la fuerza de contacto del pantógrafo sobre la catenaria.

Resultados en el centro del vano C.

Las siguientes gráficas muestran la elevación del centro del vano al paso del pantógrafo y la fuerza de contacto, considerando los valores Y1 e Y2 constantes.

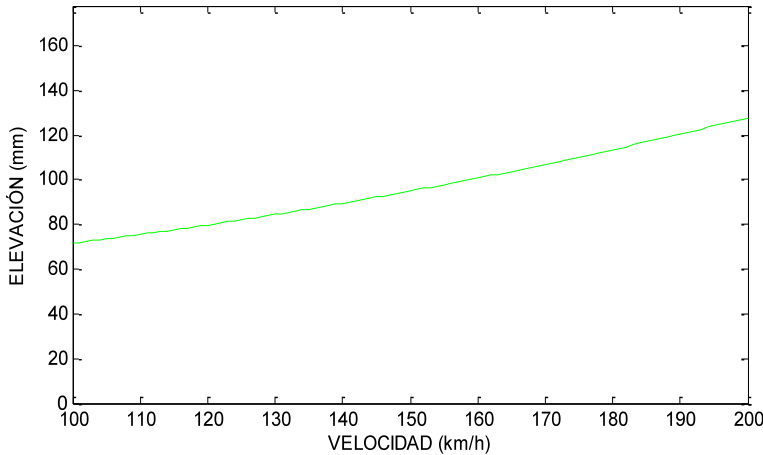


Figura 10.9: Elevación del hilo de contacto en el centro del vano, H_c , en función de la velocidad.

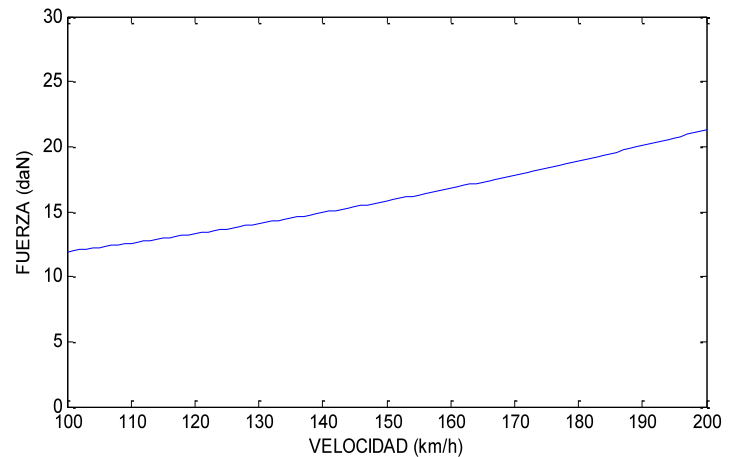


Figura 10.10: Fuerza de contacto en el centro del vano, F_c , en función de la velocidad.

La gráfica de fuerza muestra un comportamiento similar al del apoyo A.

Los máximos de fuerza alcanzados son 21,74 daN en el centro del vano (punto C) y 20,82 daN en los apoyos A, circulando a 200 km/h. Suponiendo un tren de mercancías traccionado por una locomotora 269 a la velocidad de 100 km/h bajo esta catenaria, la fuerza de contacto será aproximadamente 11,95 daN en todo el vano.

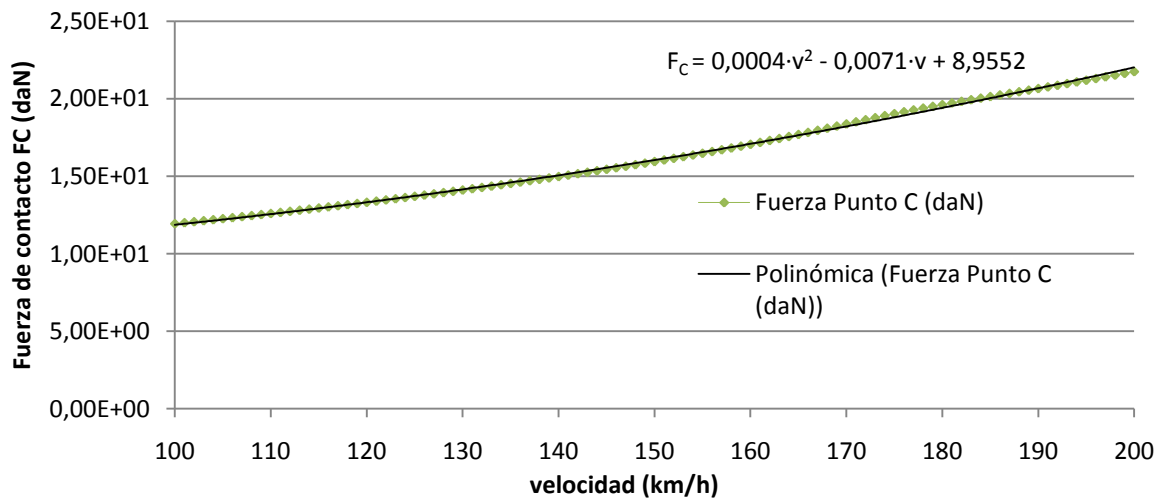


Figura 10.11: Fuerza de contacto en el centro del vano, F_c , en función de la velocidad (Excel).

La ecuación de la fuerza de contacto calculada en Excel es:

$$F_C = 0,0004 \cdot v^2 - 0,0071 \cdot v + 8,9552 \quad [daN]$$

Esta ecuación presenta un coeficiente 0,0004 multiplicando a v^2 , con término independiente ligeramente inferior a 9 daN.

10.4.2.2 SIMULACIÓN VELOCIDAD ALTA Y VÍA RENFE CONVENCIONAL (PANTÓGRAFO AM 32 AV).

En este apartado se estudia la interacción del pantógrafo AM 32 AV (con pletina de 12 mm) con la catenaria RENFE CR220, en vía de ancho 1.668 mm. Análogamente al caso anterior, se estudia la elevación vertical y la fuerza de contacto de los apoyos A y el centro del vano C. Las velocidades estudiadas se encuentran entre 100 y 240 km/h, ya que cubren el rango habitual de trabajo de las locomotoras que discurren bajo esta catenaria. La velocidad máxima a la que puede circularse bajo esta catenaria es de 220 km/h + 10% = 242 km/h.

Si bien el desarrollo matemático de las ecuaciones se ha realizado para la catenaria CR160, éste puede emplearse en el resto de catenarias.

Resultados en el apoyo A.

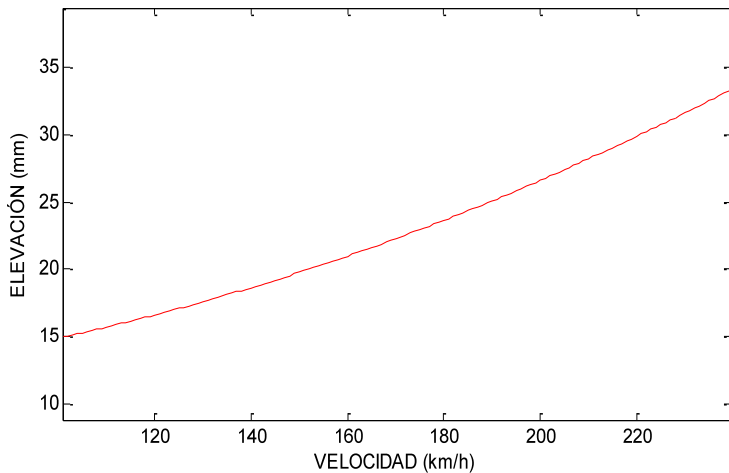


Figura 10.12: Elevación del hilo de contacto en el apoyo, H_A , en función de la velocidad.

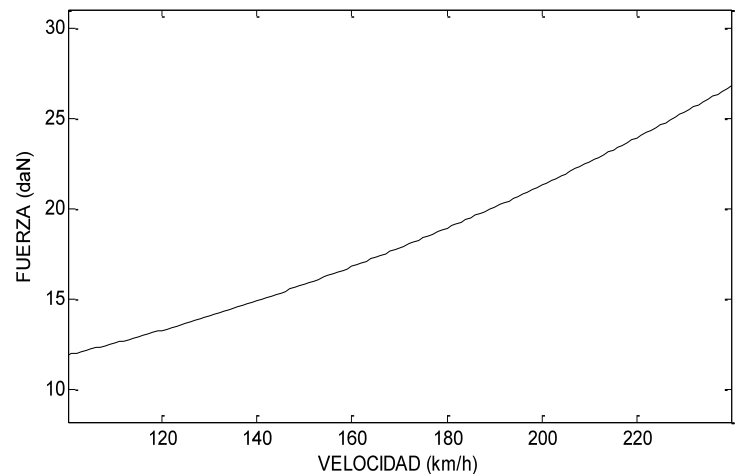


Figura 10.13: Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad.

Representando en Excel los datos del vector **fa** del programa de Matlab se obtiene la ecuación de la fuerza:

$$F_A = 0,0003 \cdot v^2 - 0,0049 \cdot v + 9,1341 \quad [daN]$$

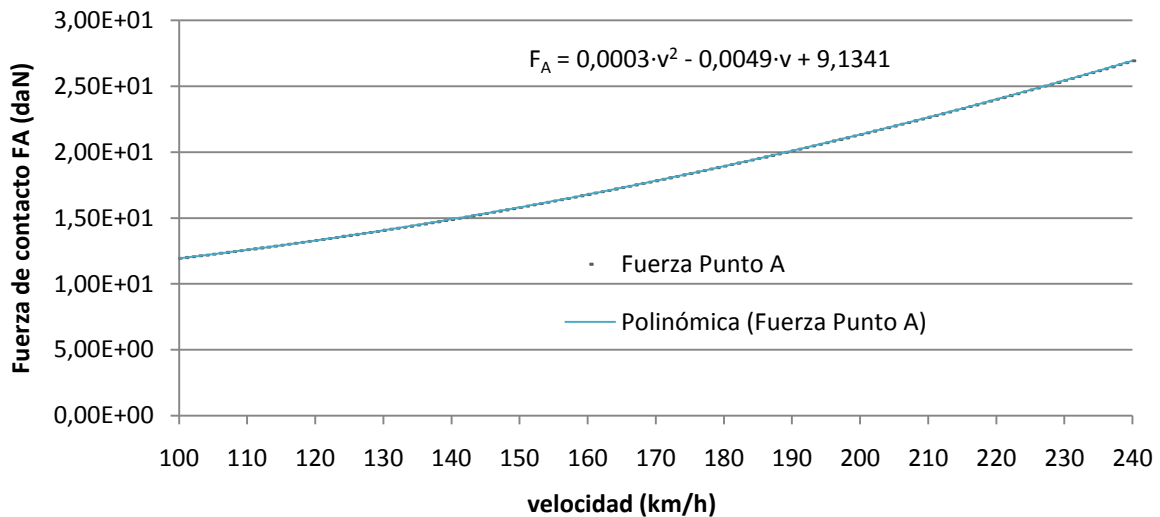


Figura 10.14: Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad (Excel).

Circulando a 240 km/h la fuerza de contacto en el apoyo es $F_A = 25,24 \text{ daN} \cong 25,24 \text{ kg}$. Dado que la flexibilidad en el apoyo es $1,223 \text{ mm/kg}$ (tabla 10.1), la elevación en este punto será $1,223 \frac{\text{mm}}{\text{kg}} \cdot 25,24 \text{ kg} = 30,86 \text{ mm}$, valor similar al calculado con el programa Inter.m.

Resultados en el centro del vano C.

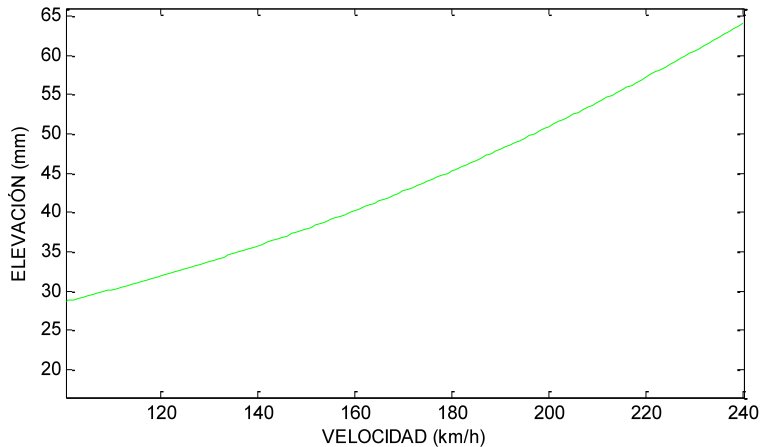


Figura 10.15: Elevación del hilo de contacto en el centro del vano, H_c , en función de la velocidad.

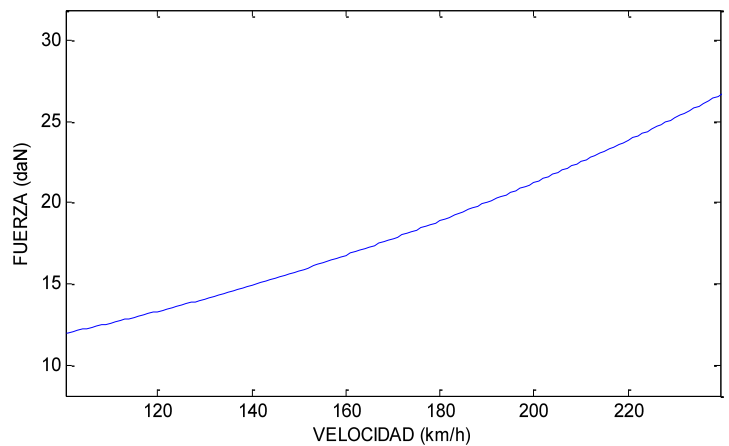


Figura 10.16: Fuerza de contacto en el centro del vano, F_c , en función de la velocidad.

Comparando las figuras 10.12 y 10.15 se observa una mayor elevación del hilo de contacto en el centro del vano, debido a que el valor de la elasticidad en el centro C es superior al del apoyo A. Siendo la ecuación de la fuerza de contacto la indicada a continuación (gráfica 10.17), circulando a 240 km/h se obtiene una fuerza de contacto de $26,96 \text{ daN} \cong 26,96 \text{ kg}$. La elasticidad en el centro del vano (tabla 10.1) es $2,35 \text{ mm/kg}$, por lo cual se tendría una elevación de $2,35 \frac{\text{mm}}{\text{kg}} \cdot 26,96 \text{ kg} = 63,36 \text{ mm}$, valor alcanzado en la simulación (figura 10.15).

La ecuación de la fuerza de contacto calculada es:

$$F_C = 0,0003 \cdot v^2 + 0,0049 \cdot v + 8,5059 \text{ [daN]}$$

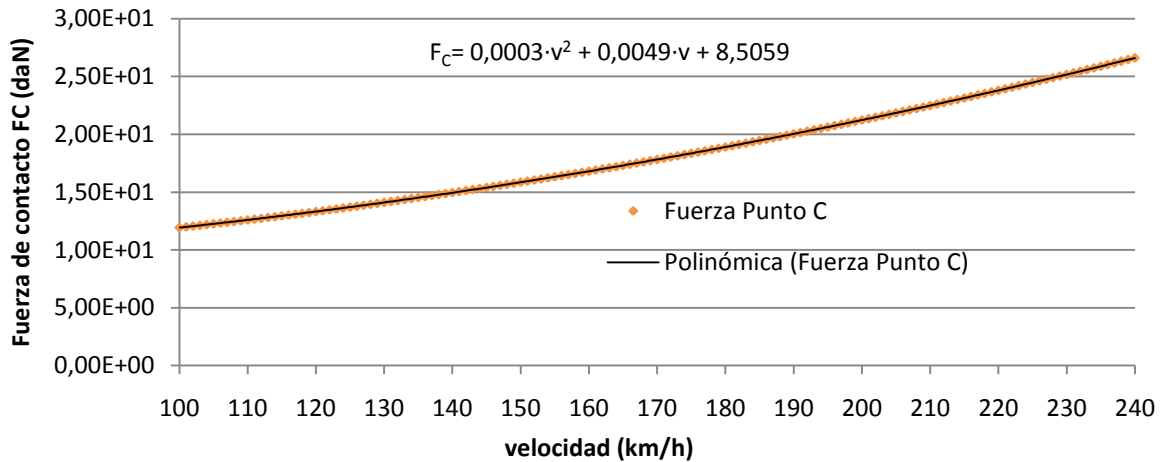


Figura 10.17: Fuerza de contacto en el punto C, F_C , en función de la velocidad (Excel).

La fuerza máxima alcanzada en el apoyo es de 26,93 daN, mientras que en el centro del vano este valor es de 26,61 daN circulando en ambos casos a 240 km/h. A la velocidad comercial de 200 km/h las fuerzas alcanzadas son 21,34 daN en A y 21,23 daN en el punto C. Para un tren de mercancías circulando bajo esta catenaria a 100 km/h, la fuerzas de contacto serán aproximadamente 11,95 daN, al igual que en el caso anterior.

10.4.2.3 SIMULACIÓN VELOCIDAD ALTA Y VÍA RENFE CONVENCIONAL (PANTÓGRAFO SCHUNK WBL 85-12).

En este apartado se estudia la interacción del pantógrafo Schunk WBL 85-12 con la catenaria RENFE CR220, en vía de ancho RENFE de 1.668 mm. Análogamente al caso anterior, se estudia la elevación vertical y la fuerza de contacto de los apoyos A y el centro del vano C. Las velocidades estudiadas se encuentran entre 100 y 240 km/h.

Resultados en el apoyo A.

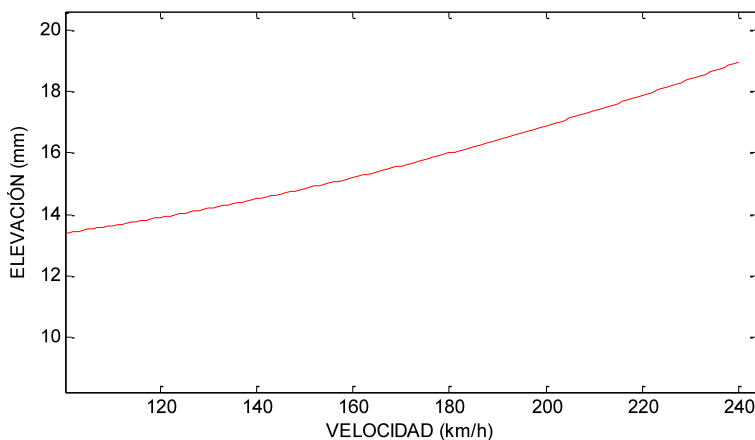


Figura 10.18: Elevación del hilo de contacto en el apoyo, H_A , en función de la velocidad.

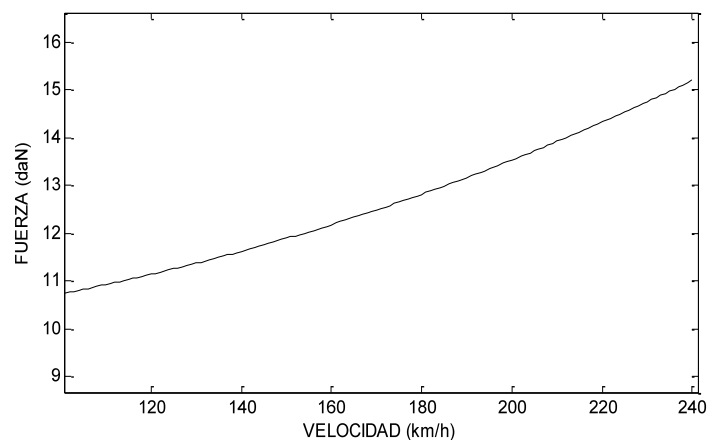


Figura 10.19: Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad.

Representando en Excel los datos del vector **fa** del programa de Matlab se obtiene la ecuación de la fuerza:

$$F_A = 0,0001 \cdot v^2 - 0,0014 \cdot v + 9,8955 \text{ [daN]}$$

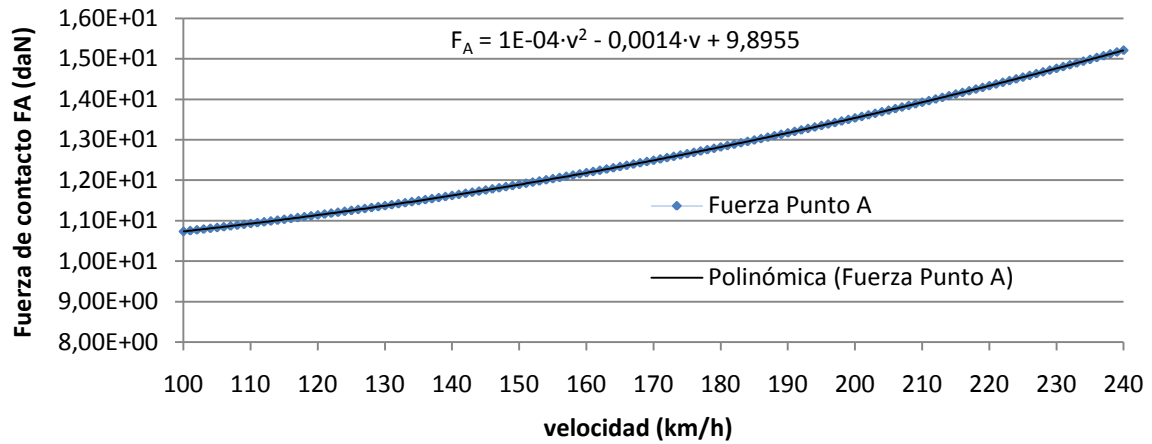


Figura 10.20: Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad (Excel).

La elevación alcanzada en el apoyo a 240 km/h, teniendo en cuenta la ecuación de la fuerza de contacto y el valor de la elasticidad es de $1,223 \frac{\text{mm}}{\text{kg}} \cdot 15,99 \text{ kg} = 19,56 \text{ mm}$.

Resultados en el centro del vano C.

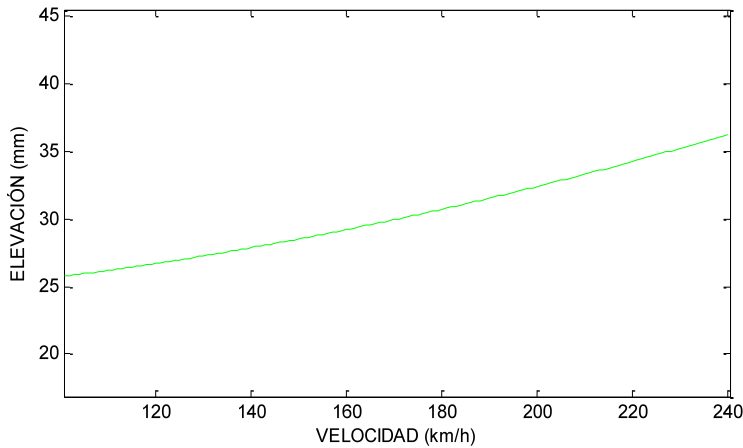


Figura 10.21: Elevación del hilo de contacto en el centro del vano, H_C , en función de la velocidad.

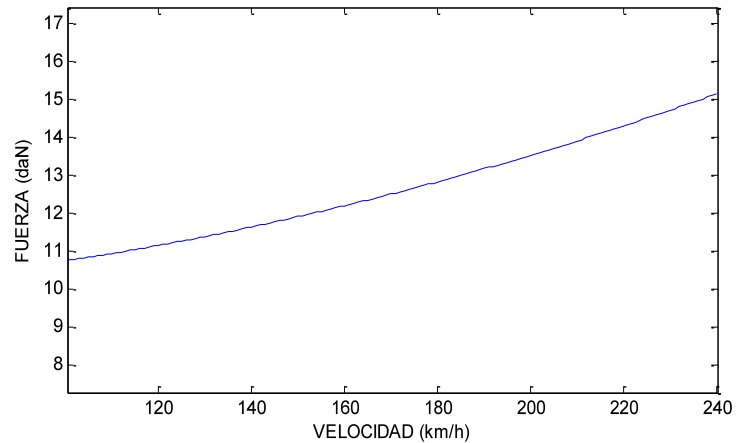


Figura 10.22: Fuerza de contacto en el centro del vano, F_C , en función de la velocidad.

La ecuación de la fuerza de contacto calculada en Excel es:

$$F_C = 0,00009 \cdot v^2 + 0,0014 \cdot v + 9,7045 \text{ [daN]}$$

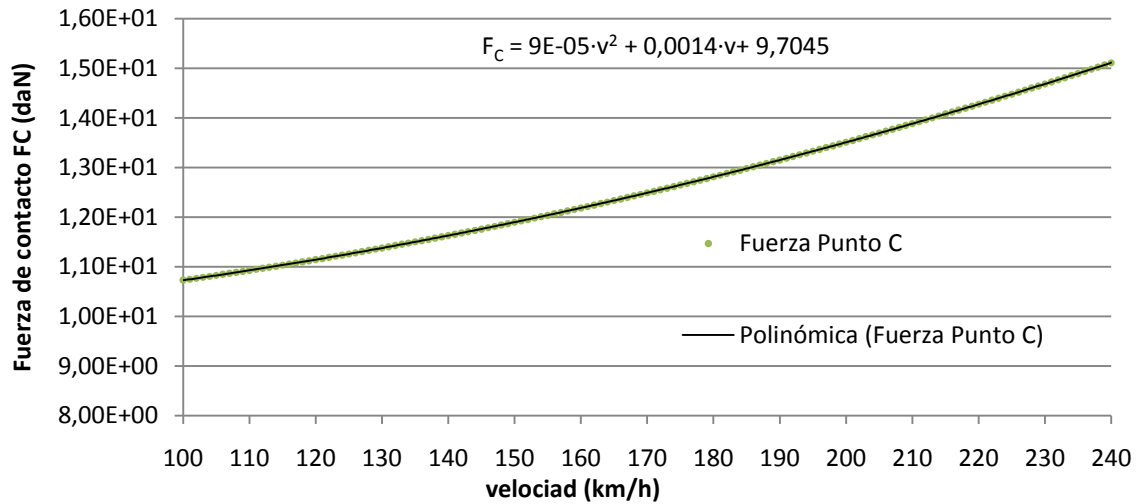


Figura 10.23: Fuerza de contacto, punto C (Excel).

Circulando a 240 km/h la fuerza de contacto $15,22 \text{ daN} \cong 15,22 \text{ kg}$, por lo que la elevación del centro del vano sería $2,35 \frac{\text{mm}}{\text{kg}} \cdot 15,22 \text{ kg} = 35,77 \text{ mm}$, como se observa en la gráfica 10.21. La fuerza máxima alcanzada en el apoyo es de 15,21 daN, mientras que en el centro del vano este valor es de 15,11 daN, circulando en ambos casos a 240 km/h. Un tren de pasajeros traccionado por una locomotora 252, que emplean estos pantógrafos en líneas convencionales, a una velocidad comercial de 200 km/h, ejercerá una fuerza de 13,53 daN en los apoyos y 13,51 daN en el centro del vano.

10.4.2.4 SIMULACIÓN ALTA VELOCIDAD - VÍA UIC (PANTÓGRAFO FAIVELEY GPU).

Interacción del pantógrafo Faiveley GPU con la catenaria Re250 de Siemens, en vía de ancho UIC de 1.435 mm, correspondiente a la línea de alta velocidad Madrid – Sevilla. Las velocidades estudiadas se encuentran entre 100 y 350 km/h.

Resultados en el apoyo A.

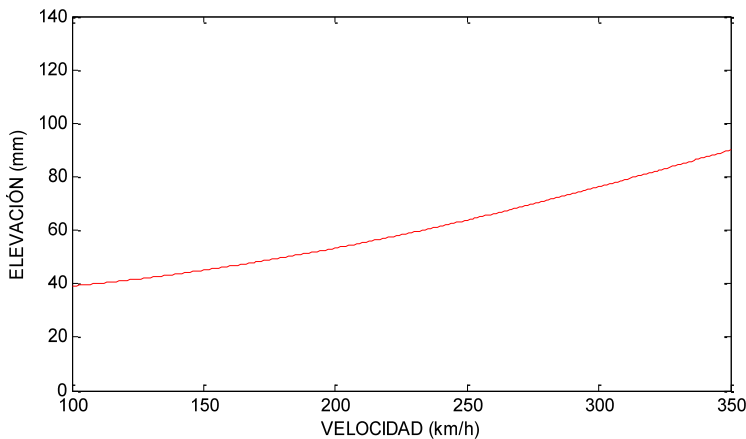


Figura 10.24: Elevación del hilo de contacto en el apoyo, H_A , en función de la velocidad.

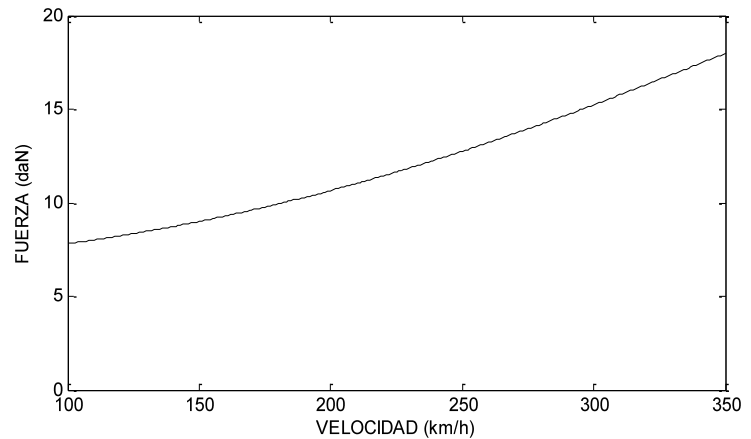


Figura 10.25: Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad.

Representando en Excel los datos del vector **fa** del programa de Matlab se obtiene la ecuación de la fuerza

$$F_A = 0.0001 \cdot v^2 - 0.0013 \cdot v + 7.0135 \text{ [daN]}$$

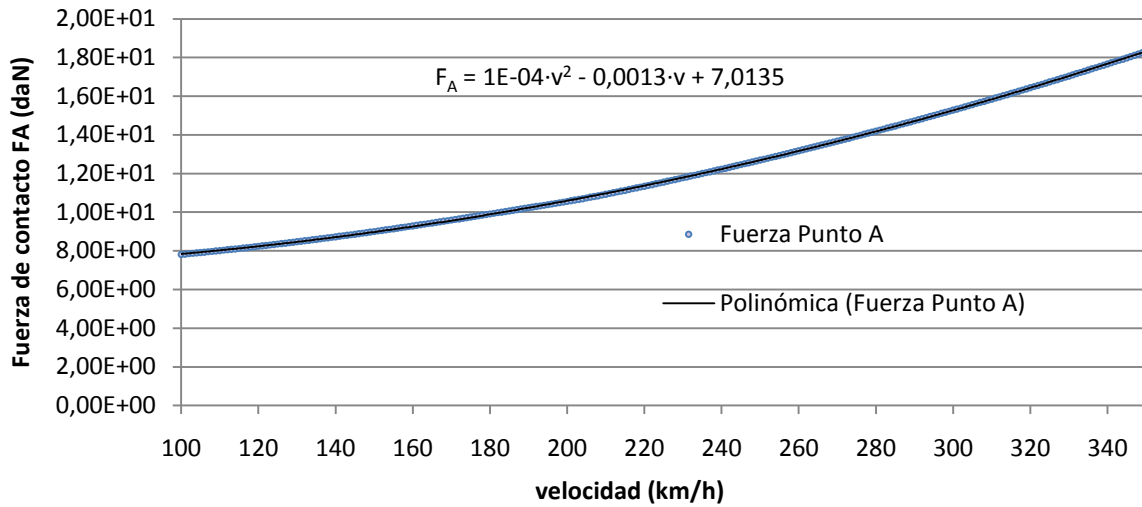


Figura 10.26: Fuerza de contacto en el apoyo, F_A , en función de la velocidad (Excel).

La elevación en el apoyo teniendo en cuenta la elasticidad y la fuerza de contacto es, a 350 km/h, $4,905 \frac{\text{mm}}{\text{kg}} \cdot 18,80 \text{ kg} = 92,25 \text{ mm}$.

Resultados en el centro del vano C.

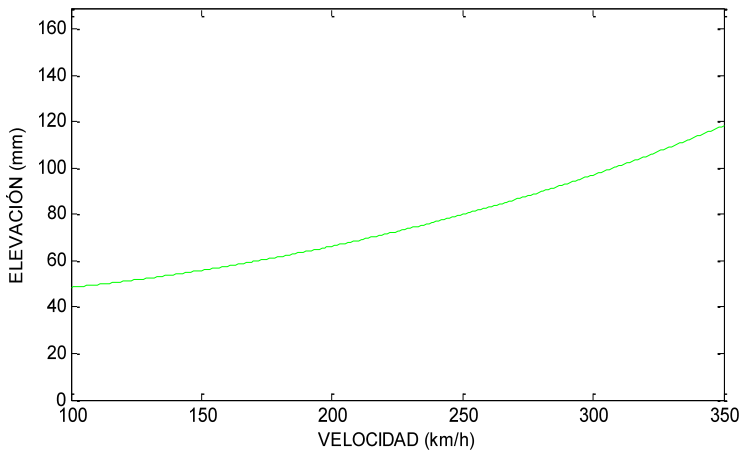


Figura 10.27: Elevación del hilo de contacto en el centro del vano, H_c , en función de la velocidad.

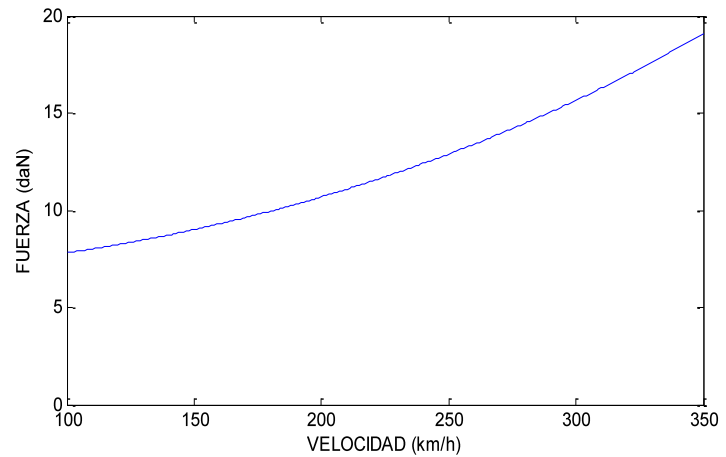


Figura 10.28: Fuerza de contacto en el centro del vano, F_c , en función de la velocidad.

Representando en Excel los datos del vector **fc** del programa de Matlab se obtiene la ecuación de la fuerza

$$F_C = 0.00009 \cdot v^2 + 0.0013 \cdot v + 6.7065 \text{ [daN]}$$

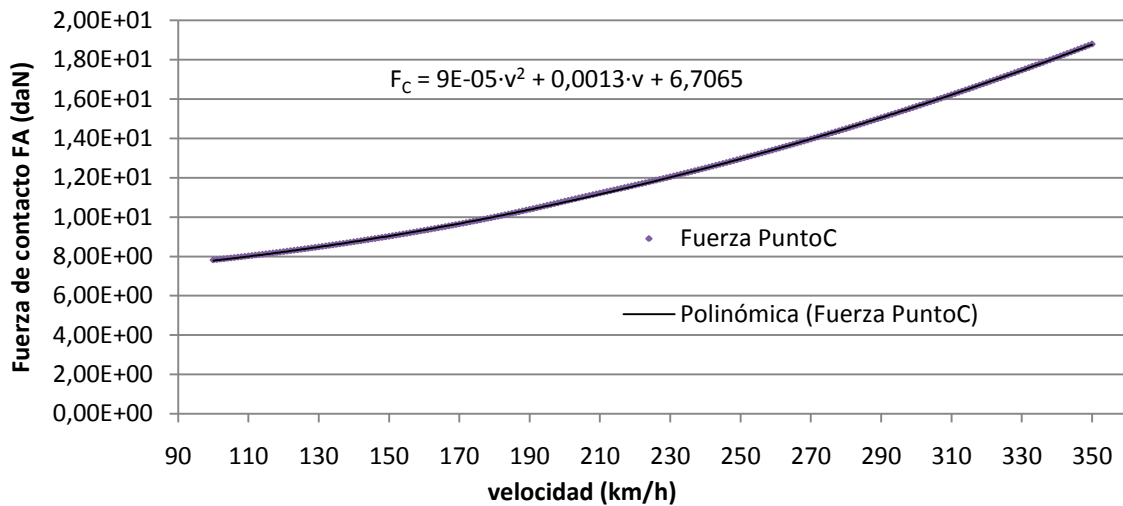


Figura 10.29: Fuerza de contacto, punto C (Excel).

La elevación alcanzada en el centro del vano, teniendo en cuenta la elasticidad y la fuerza de contacto es, a 350 km/h, $6,082 \frac{\text{mm}}{\text{kg}} \cdot 18,19 \text{ kg} = 110,61 \text{ mm}$.

La fuerza máxima alcanzada en el apoyo es de 18,30 daN, mientras que en el centro del vano este valor es de 18,78 daN circulando en ambos casos a 350 km/h. A la velocidad máxima de circulación en servicio de 300 km/h, las fuerzas que se obtienen son $F_A = 15,28 \text{ daN}$ y $F_C = 15,61 \text{ daN}$.

Se observa en esta catenaria cómo los valores de elasticidad afectan de forma decisiva en la mayor o menor sobreelevación del hilo de contacto. Para esta catenaria en concreto, Re250, los valores de elasticidad mínima y máxima son los más elevados, sin embargo se obtiene un comportamiento adecuado debido a la homogeneidad de la catenaria.

10.5 CONCLUSIONES.

Realizar el estudio de interacción dinámica entre los apoyos y el centro del vano arroja información que puede ser extrapolada al resto del vano. Dado que estos puntos tienen elasticidades mínima y máxima respectivamente, la ecuación de la fuerza de contacto en función de la velocidad para el resto de los puntos estará limitada entre las curvas correspondientes a los apoyos y el centro del vano, como las calculadas en los apartados anteriores.

En las cuatro simulaciones realizadas se han obtenido los siguientes resultados, resumidos en la tabla 10.4:

	$F_A \text{ máx}$ (daN)	$F_C \text{ máx}$ (daN)	$F_A \text{ real}$ (daN)	$F_C \text{ real}$ (daN)	Ecuación F_A	Ecuación F_C
10.4.2.1	20,82	21,74	11,95	11,95	$0,0003v^2 + 0,0071v + 8,6848$	$0,0004v^2 - 0,0071v + 8,9552$
10.4.2.2	26,93	26,61	11,95	11,95	$0,0003v^2 - 0,0049v + 9,1341$	$0,0003v^2 + 0,0049v + 8,5059$
10.4.2.3	15,21	15,11	13,53	13,51	$0,0001v^2 - 0,0014v + 9,8955$	$0,00009v^2 + 0,0014v + 9,7045$
10.4.2.4	18,30	18,78	15,28	15,61	$0,0001v^2 - 0,0013v + 7,0135$	$0,00009v^2 + 0,0013v + 6,7065$

Tabla 10.4: Fuerza de contacto en las cuatro simulaciones.

Aceptando como hipótesis que la curva media entre apoyos y centro del vano representa fielmente el comportamiento de los puntos intermedios, las ecuaciones obtenidas son:

$$F_1 = 0,00035 \cdot v^2 + 8,80 \quad (10.4.2.1)$$

$$F_3 = 0,000095 \cdot v^2 + 9,8 \quad (10.4.2.3)$$

$$F_2 = 0,0003 \cdot v^2 + 8,82 \quad (10.4.2.2)$$

$$F_4 = 0,000095 \cdot v^2 + 6,86 \quad (10.4.2.4)$$

Por tanto, la curva de la fuerza del pantógrafo sobre el hilo de contacto será, de forma general:

$$F = a \cdot v^2 + b \cdot v + F_e \quad [daN]$$

donde a es el coeficiente aerodinámico del pantógrafo, tomando un valor de orden 10^{-4} cuando se exprese en $kg \cdot s^2/m$ (aceptando que $1kg \cong 1 daN$); F_e es el valor de la fuerza estática de tarado del pantógrafo, cuyo valor suele estar comprendido en el rango $7 \sim 10 daN$. Cuando se obtiene la ecuación de la fuerza para el apoyo o centro del vano, aparece un coeficiente multiplicando a la velocidad. Este valor $b \cdot v$ se anula cuando se extiende la ecuación de la fuerza a todo el vano, calculándola como media de la fuerza en el apoyo y el punto medio.

	Coefficiente aerodinámico (kg · s ² /m)	Fuerza estática (daN)
$F_1 = 0,00035 \cdot v^2 + 8,80$	0,000318 (error 9,1%)	9 (error 2,2%)
$F_2 = 0,0003 \cdot v^2 + 8,82$	0,000318 (error 6%)	9 (error 2%)
$F_3 = 0,000095 \cdot v^2 + 9,8$	0,000095 (error ↓↓)	10 (error 2%)
$F_4 = 0,000095 \cdot v^2 + 6,86$	0,00009734 (error 2,4%)	7 (error 2%)

Tabla 10.5: Ecuaciones de las fuerzas.

Representando en Matlab las cuatro ecuaciones en el mismo gráfico:

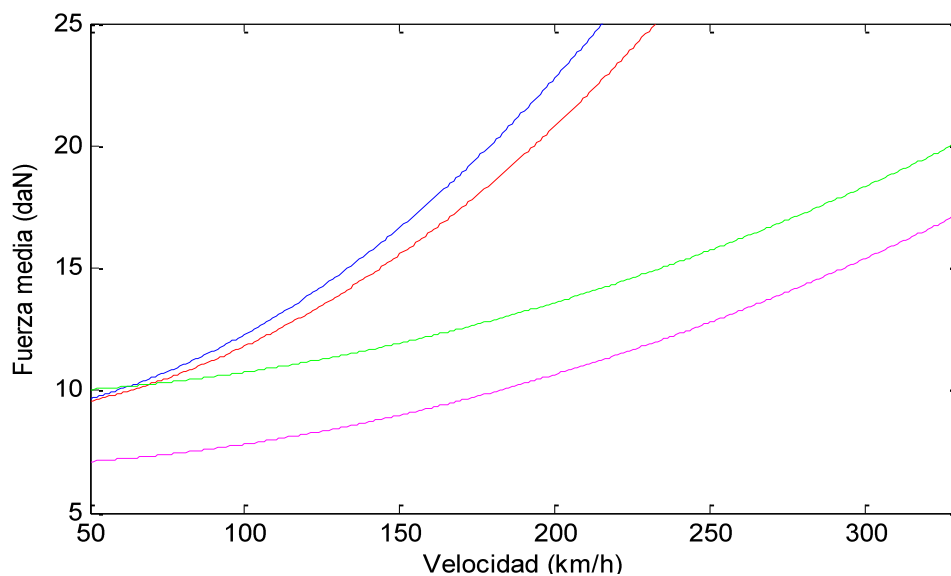


Figura 10.30: Representación gráfica de las cuatro curvas calculadas.

Las simulaciones realizadas a alta velocidad (curvas verde y magenta) presentan una curva de fuerza de menor pendiente en comparación con las otras dos curvas, debido al bajo valor del coeficiente aerodinámico. De esta forma alcanzan valores de fuerza de 20 daN circulando a 300 km/h, frente a los 150 km/h a los que se alcanza el mismo valor de fuerza en circulaciones a baja velocidad (aproximadamente). Queda por tanto patente la influencia de la componente aerodinámica, decisiva a la hora de circular a velocidades elevadas. Variando la fuerza de tarado en fábrica y el coeficiente aerodinámico (con deflectores o alerones), se puede reducir el valor de la fuerza a altas velocidades para mantenerla dentro del rango de seguridad.

CAPÍTULO 11.
SIMULACIÓN CON MATLAB DEL
CONTACTO PANTÓGRAFO – CATENARIA.

Una vez analizado el comportamiento dinámico de la catenaria y el pantógrafo por separado, es necesario estudiar la forma en que ambos interactúan en el dominio del tiempo. En este capítulo se plantean las ecuaciones de interacción dinámica entre ambos.

La complejidad del fenómeno de contacto hace que, con frecuencia, se empleen hipótesis simplificadoras en relación a aspectos como el comportamiento no lineal, amortiguamiento de suspensiones, aceleraciones debidas al movimiento del vehículo... que facilitan la resolución matemática, para obtener conclusiones prácticas con aproximación razonable.

La catenaria puede idealizarse como un sistema geométrico y mecánico con unas elasticidades, tensiones y masas que excita y a su vez es excitada por el pantógrafo. Éste puede idealizarse como un conjunto de masas, amortiguaciones y elasticidades dentro de una geometría concreta, que ejerce esfuerzos estáticos, dinámicos y aerodinámicos.

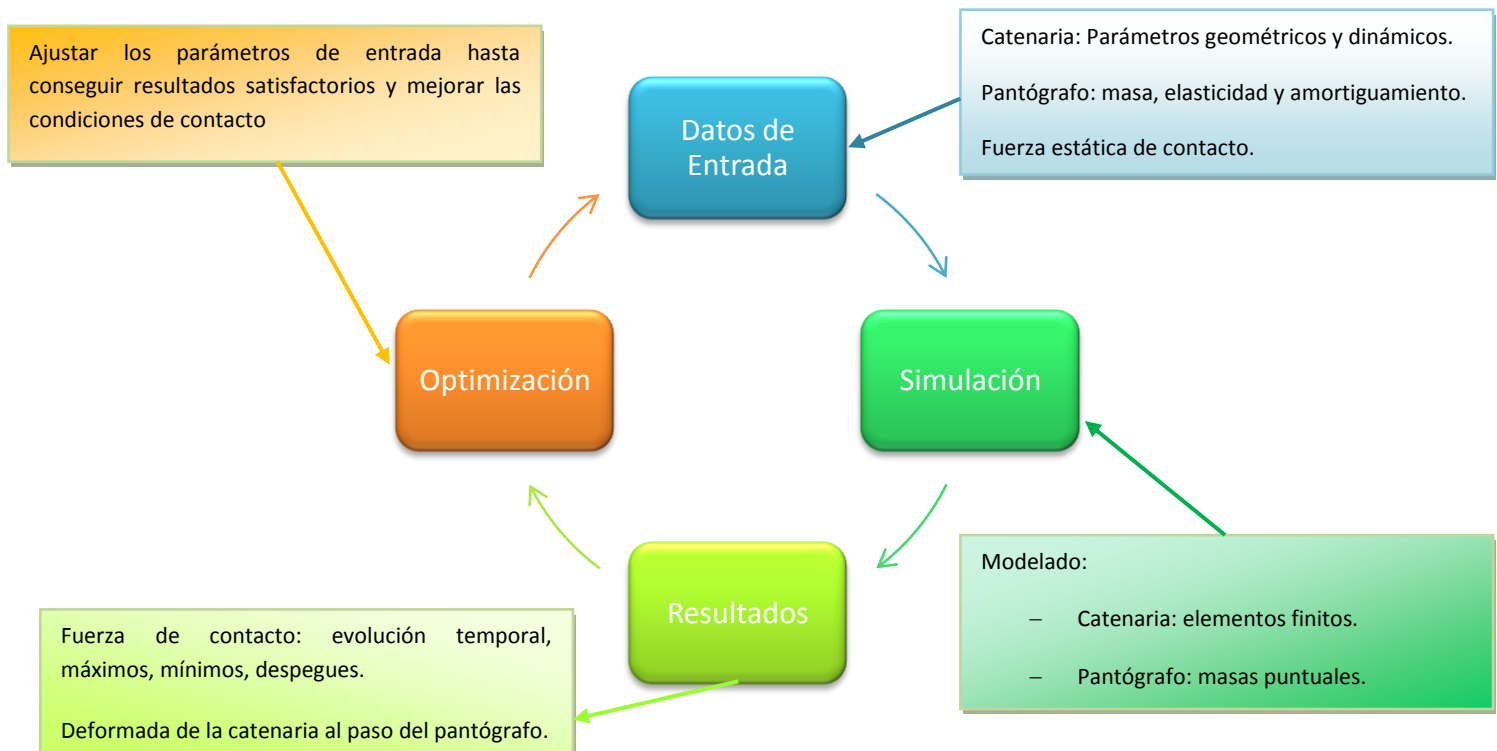
La simulación de la catenaria mediante elementos finitos conduce a un conjunto de ecuaciones que, escritas en forma matricial, son de la forma (ver 8.4.2 “Ecuaciones matriciales de la catenaria”):

$$[M]_c \cdot \{\ddot{x}\}_c + [C]_c \cdot \{\dot{x}\}_c + [K]_c \cdot \{x\}_c = \{F_c\}$$

Por otro lado, el desarrollo del pantógrafo por elementos finitos conduce a las siguientes ecuaciones matriciales (ver 9.2 “Representación matricial del pantógrafo”):

$$[M]_p \cdot \{\ddot{x}\}_p + [C]_p \cdot \{\dot{x}\}_p + [K]_p \cdot \{x\}_p = \{F_p\}$$

Cualquier programa de simulación del contacto entre el pantógrafo y la catenaria podría representarse por el diagrama de ciclo siguiente, que muestra la metodología a seguir.



La fuerza de contacto que actúa entre el pantógrafo y los hilos de contacto permite acoplar ambos sistemas, hasta ahora tratados de manera independiente. El caso de contacto de la figura 11.1 es equivalente a estudiar cada sistema por separado, considerando la fuerza de contacto entre ambos con el signo correspondiente (figura 11.2).



Figura 11.1: Punto de contacto entre la mesilla y el hilo de contacto.



Figura 11.2: Fuerza de contacto en cada sistema independiente. Acción y reacción.

En este caso, los desplazamientos de la cabeza del pantógrafo de los puntos de la catenaria donde se localiza el contacto en ese instante tienen que ser iguales. Cuando no hay contacto la fuerza es nula y los 2 sistemas se desacoplan, es decir, vibran libremente [54].

11.1 MODELO MATEMÁTICO.

11.1.1 CONDICIONES DE CONTACTO.

11.1.1.1 FUERZA DE CONTACTO.

La fuerza de contacto entre el hilo y la mesilla no puede ser negativa porque los dos sistemas no se atraen mutuamente, luego

$$F_{contacto} > 0$$

Con el criterio de signos adoptado, la fuerza de contacto es ejercida por el pantógrafo sobre la catenaria, y es positiva. Cuando se separan los 2 sistemas para su estudio, esta fuerza se considera actuando en sentido contrario sobre el pantógrafo, es decir, como la fuerza ejercida por la catenaria sobre éste [2, 54, 59].

Para que el contacto sea satisfactorio se impone un valor mínimo a la fuerza de contacto, correspondiente a la fuerza estática de tarado del pantógrafo [22 - 26].

$$F_{contacto} \geq F_{estática}$$

La fuerza tampoco puede sobrepasar un valor máximo fijado por la administración ferroviaria, ya que el desgaste de los hilos sería excesivo. Esta fuerza máxima se establece normalmente en un valor de 20 daN aproximadamente, aunque serán las condiciones concretas de la línea las que determinen su valor.

$$F_{contacto} < 20 \text{ daN}$$

11.1.1.2 DISCRETIZACIÓN DEL SISTEMA.

El análisis contacto – no contacto del pantógrafo con la catenaria se determina en función del tiempo. Dependiendo de la velocidad del tren y del paso de integración de tiempo elegido, los puntos donde se produce el contacto varían a lo largo de la simulación. La malla que se introduce discretizando la estructura de la catenaria es fija, y los nodos no coinciden normalmente con esos puntos de contacto. Este problema se resuelve introduciendo, en una primera etapa de cálculo, nuevos nodos que coincidan con los que van a ser puntos de contacto [2]. Es una aproximación, puesto que estos nodos durante el análisis dinámico se mueven en la dirección horizontal (aunque los desplazamientos serán muy pequeños) y por lo tanto no tienen por qué coincidir.

11.2 ACOPLAMIENTO DEL SISTEMA.

Para realizar la simulación con Matlab es necesario establecer las ecuaciones que ligan a la catenaria con el pantógrafo cuando éste entra en contacto con ella, es decir, generar un nuevo modelo formado por ambos sistemas y su interacción [2, 46, 54]. Por lo tanto, además del conjunto de ecuaciones matriciales de la catenaria y el pantógrafo, es necesario añadir la ecuación que define la unión de estos dos sistemas. Acoplando ambos conjuntos de ecuaciones se obtienen unas nuevas matrices de masa, amortiguamiento y rigidez que representarán al modelo completo. En la figura siguiente se muestra el esquema del modelo utilizado para hallar estas ecuaciones y el planteamiento gráfico de obtención de la matriz rigidez y el vector de esfuerzos. En síntesis, se trata de matrices globales cuyos elementos son las submatrices de la catenaria y del pantógrafo.

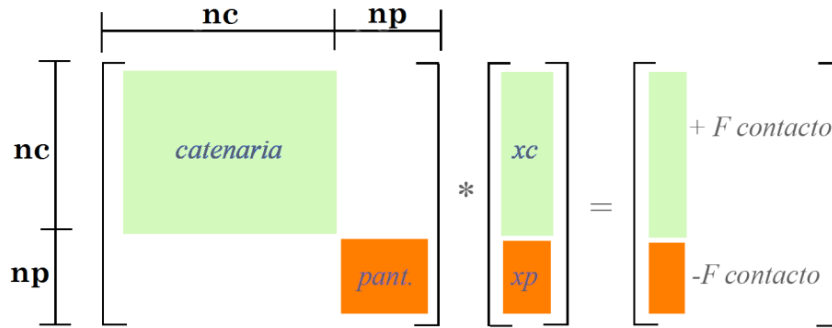


Figura 11.3: Obtención gráfica de la matriz de rigidez del sistema acoplado [2].

En el esquema matricial nc es el número de grados de libertad de la catenaria, y depende del número de tramos considerados y los grados de libertad que se le otorguen a sus nodos. Por ejemplo, si un vano de catenaria se divide en 121 nodos, cada uno ellos con 6 g.d.l, el valor de nc sería $nc = 121 \cdot 6 = 726$ g.d.l. El número de grados de libertad del pantógrafo es np , (en este modelo tiene 3 g.d.l, correspondientes a los movimientos de la mesilla, los brazos articulados y el bastidor). xc son los desplazamientos de los grados de libertad de la catenaria, y xp los del pantógrafo.

Es necesaria una ecuación para establecer la condición de contacto de los puntos de la catenaria con la cabeza del pantógrafo:

$$x_c = x_p$$

Esta ecuación de restricción indica que el desplazamiento en el punto de contacto es el mismo tanto para la catenaria como para el pantógrafo. Para incluir en el sistema de ecuaciones matricial la ecuación de restricción, se pueden utilizar los multiplicadores de Lagrange [2, 46, 54, 57, 59].

La ecuación matricial que representa la interacción es:

$$\begin{bmatrix} [M]_c & 0 & 0 \\ 0 & [M]_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\ddot{x}\}_c \\ \{\ddot{x}\}_p \\ \ddot{\lambda} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C]_c & 0 & 0 \\ 0 & [C]_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\dot{x}\}_c \\ \{\dot{x}\}_p \\ \dot{\lambda} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K]_c & 0 & \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \\ 0 & [K]_p & \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \\ \{0 \dots 1 \dots 0\} & \{-1 \ 0 \ 0\} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{x\}_c \\ \{x\}_p \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{F\} \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$[M]_{global} \cdot \{\ddot{x}\}_{global} + [C]_{global} \cdot \{\dot{x}\}_{global} + [K]_{global} \cdot \{x\}_{global} = \{F_{contacto}\}$$

donde todas las submatrices y vectores son los indicados en los apartados 8.4.2 y 9.2. Las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez globales son cuadradas de dimensión $(n_c + n_p + 1) \times (n_c + n_p + 1)$, y los vectores columna de posición, velocidad y aceleración tienen dimensión $(n_c + n_p + 1) \times 1$.

El **escalar λ** es el multiplicador de Lagrange, y **representa la fuerza de contacto entre la catenaria y el pantógrafo cambiada de signo**. Se utiliza, junto con la ecuación de restricción, para acoplar las ecuaciones dinámicas de ambos sistemas:

$$\lambda = -F_{contacto}$$

Significado del 1 que aparecen en la última columna de la matriz de rigidez global:

En la última columna de la matriz rigidez global se sitúa un **1 en el grado de libertad de la catenaria en donde existe contacto entre el pantógrafo y la catenaria**. Así, al situar este 1, la ecuación en ese grado de libertad es:

$$[M]_c \cdot \{\ddot{x}\}_c + [C]_c \cdot \{\dot{x}\}_c + [K]_c \cdot \{x\}_c + \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot \lambda = \{0\}$$

Si se tiene en cuenta que el valor de λ es el de la fuerza de contacto cambiada de signo, **esta ecuación representa la dinámica de ese grado de libertad con la fuerza que, debido al contacto, se produce en la catenaria**. El 1 ligado al punto de la catenaria donde se establece el contacto cambia conforme avanza el pantógrafo y se modifica el punto de aplicación de la fuerza. Esta condición se expresa con el vector $\{0 \dots 1 \dots 0\}^T$, cuyos elementos son cero excepto el 1, elemento que cambia de posición durante la simulación [2].

Significado del -1 que aparecen en la última columna de la matriz de rigidez global:

En la última columna de la matriz rigidez se sitúa un -1 **coincidiendo con el grado de libertad de la masa del pantógrafo que representa la unión con la catenaria**. Teniendo en cuenta que el pantógrafo tiene 3 grados de libertad, el vector $\begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$ representa la mesilla (elemento (1,1) del vector, en el cual se produce el contacto), el conjunto formado por los brazos superior e inferior (elemento (2,1), de valor 0 porque no hay contacto con la catenaria) y el bastidor (elemento (3,1), ídem al (2,1)). El -1 no cambia de posición, ya que el contacto con el pantógrafo se produce siempre en el mismo punto, que permanece fijo en la matriz rigidez.

Considerando el modelo de pantógrafo representado en la figura:

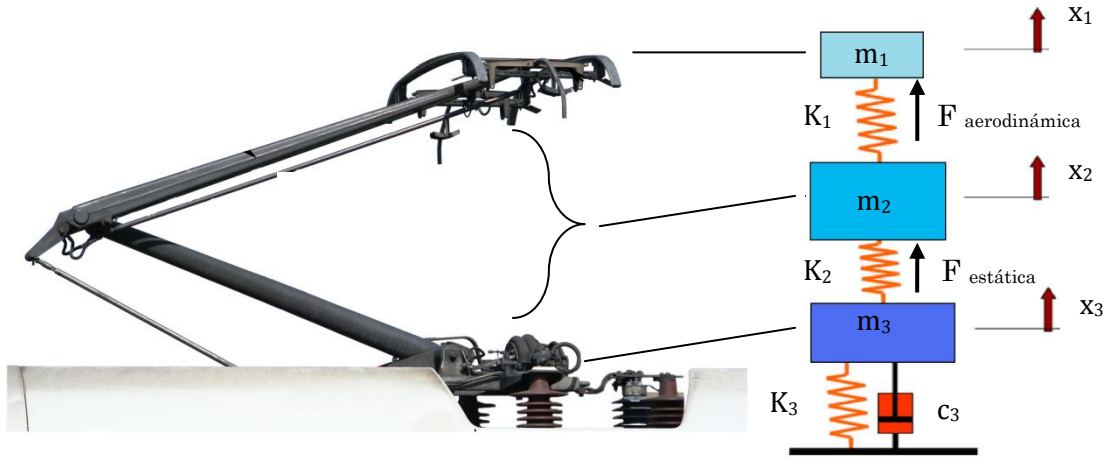


Figura 11.4: Modelo de pantógrafo.

la ecuación en el grado de libertad de la masa del pantógrafo en el que se produce el contacto es:

$$[M]_p \cdot \{\ddot{x}\}_p + [C]_p \cdot \{\dot{x}\}_p + [K]_p \cdot \{x\}_p + \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot \lambda = \{F_p\}$$

Para garantizar el contacto del pantógrafo con la catenaria, el mecanismo del pantógrafo empuja hacia arriba con una fuerza regulable, la fuerza estática. Se considera que esta fuerza vertical F_e se ejerce en la segunda masa del pantógrafo (los resortes actúan elevando los brazos articulados). Para tener en cuenta el efecto aerodinámico del pantógrafo se incluye el valor de la fuerza F_{aero} en la posición de la mesilla. Por tanto, el vector de fuerzas que ejerce el pantógrafo sobre la catenaria es:

$$\{F_p\} = \{F_{\text{aero}} \quad F_e \quad 0\}^T$$

Desarrollando matricialmente la ecuación anterior se tiene:

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} k_1 & -k_1 & 0 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ 0 & -k_2 & k_2 + k_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot \lambda = \begin{Bmatrix} F_{\text{aero}} \\ F_e \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Masa 1:

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_2) - \lambda = F_{aero}$$

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_2) = F_{aero} + \lambda = F_{aero} - F_{contacto}$$

El contacto se produce en la masa 1 del pantógrafo, que representa la mesilla. Esta ecuación representa la dinámica de este grado de libertad del pantógrafo, que se ve afectado por la fuerza que debido al contacto se produce sobre la masa (**fuerza que la catenaria ejerce sobre el pantógrafo**). En la ecuación aparece el efecto de la fuerza aerodinámica que ejerce la mesilla.

Masa 2:

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_1(x_2 - x_1) + k_2(x_2 - x_3) = F_e$$

Esta ecuación indica que la fuerza estática la ejerce la masa 2, que es la fuerza que ejerce el mecanismo de elevación sobre los brazos del pantógrafo. En la ecuación de la masa 2 no aparece la acción de λ .

Masa 3:

$$m_3 \ddot{x}_3 + c_3 \dot{x}_3 + k_2(x_3 - x_2) + k_3 x_3 = 0$$

En la masa 3 del pantógrafo se tiene en cuenta el efecto de la amortiguación.

Significado del 1 y -1 que aparecen en la última fila de la matriz de rigidez global:

En la última fila de la matriz rigidez global aparecen un 1 y un -1: **el 1 situado en el grado de libertad de la catenaria en donde se produce el contacto; el -1 corresponde con el grado de libertad de la masa del pantógrafo donde se produce el contacto.**

Esta última fila conduce a la siguiente ecuación escalar:

$$\{0 \quad \dots \quad 1 \quad \dots \quad 0\} \cdot \{x\}_c + \{-1 \quad 0 \quad 0\} \cdot \{x\}_p + 0 \cdot \lambda = 0$$

que en el punto de contacto considerado en cada instante es:

$$x_c - x_p = 0$$

es decir, la ecuación de restricción, la cual indica que el desplazamiento de la catenaria en el punto de contacto (x_c) es igual al desplazamiento de la masa del pantógrafo que contacta con el hilo (x_p).

En estas ecuaciones, sólo la matriz de masas del sistema (pantógrafo y catenaria) permanece constante. El resto de términos puede variar tras cada paso de integración t_n .

11.3 ALGORITMO Hilber-Hughes-Taylor (HHT).

Dado que el problema de contacto pantógrafo – catenaria es no lineal y los puntos de contacto varían a mucha velocidad se emplea el algoritmo Hilber-Hughes-Taylor (HHT), que permite calcular los desplazamientos, velocidades y aceleraciones de los nodos de toda la geometría de elementos finitos, para la resolución de las ecuaciones [2].

Este algoritmo HHT es una variante del algoritmo Newmark, y permite resolver sistemas de ecuaciones mediante integración numérica directa.

La ecuación general a resolver es:

$$[M(t)] \cdot \ddot{x}(t+1) + (1+\alpha) \cdot [C(t)] \cdot \dot{x}(t+1) + [K(t)] \cdot x(t+1) = [F(t+1)]$$

siendo $[M(t)]$, $[C(t)]$, $[K(t)]$, las matrices de masa, amortiguación y rigidez del sistema, supuestas dependientes del tiempo.

Para la resolución se emplean las aproximaciones:

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t+1) &= \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot (x(t+1) - x(t)) - \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot \dot{x}(t) + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \cdot \ddot{x}(t) \\ \dot{x}(t+1) &= \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot (x(t+1) - x(t)) + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \cdot \dot{x}(t) + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \cdot \Delta t \cdot \ddot{x}(t)\end{aligned}$$

El valor de $x(t+1)$ se obtiene al resolver el sistema de ecuaciones algebraicas lineales:

$$\begin{aligned}[\hat{K}] \cdot x(t+1) &= [P] \\ [P] &= [F(t)] + \alpha[K] \cdot x(t) + [M] \cdot \left(\frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot x(t) + \frac{1}{\beta \cdot \Delta t} \cdot \dot{x}(t) + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \cdot \ddot{x}(t) \right) \\ [\hat{K}] &= (1+\alpha) \cdot \left[[K] + \frac{\gamma}{\beta \cdot \Delta t} \cdot [C] \right] + \frac{1}{\beta \cdot \Delta t^2} \cdot [M]\end{aligned}$$

El paso de integración empleado es $\Delta t = t_{i+1} - t_i$, β y γ son los parámetros característicos del método Newmark, y α es el parámetro característico del algoritmo HHT. La relación entre estos parámetros es:

$$\beta = \frac{(1-\alpha)^2}{4} \quad \gamma = \frac{(1-2\alpha)}{2}$$

siendo en este caso $\alpha = -0,1$.

11.4 SIMULACIÓN DE CATENARIA RÍGIDA.

Para simular la circulación del pantógrafo bajo catenaria rígida (ver 5.10 “Sistema de captación por tercer carril superior”), se ha actualizado el programa “ferro49.m” empleado en la asignatura “Ferrocarriles”, impartida en 5º curso de Ingeniería Industrial [2]. El programa se ha denominado CATRIG.m.

La aplicación del programa original correspondía a la discretización del tramo concreto de catenaria y el pantógrafo mostrados en las siguientes figuras:

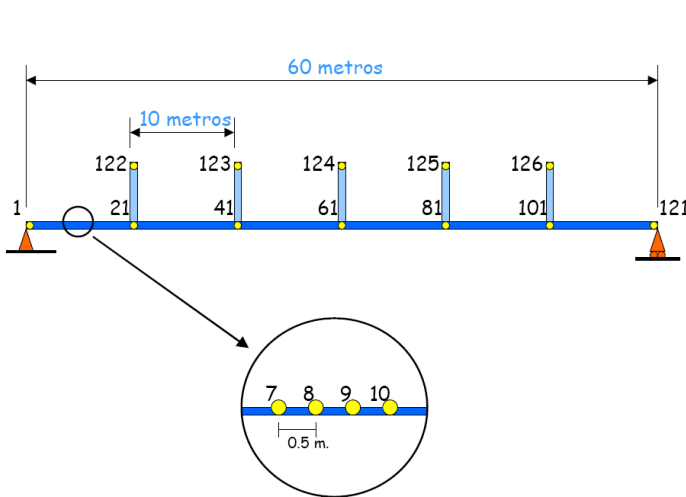


Figura 11.5: Discretización de la catenaria, numeración de los nodos [2].

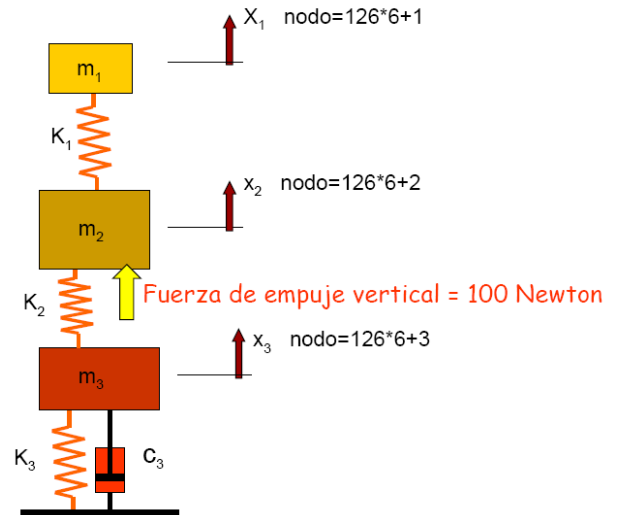


Figura 11.6: Discretización del pantógrafo, numeración de los nodos [2].

El programa ferro49.m tomaba un vano de 60 metros modelado con elementos finitos tipo viga de longitud fija 0,5 m; los soportes al techo eran elementos tipo barra de longitud 1,2 m y elementos finitos de 0,5 m. La catenaria se dividía en 126 nodos, de los cuales los 121 primeros corresponden con la viga horizontal que simula la catenaria; los 5 restantes eran los empotramientos de los soportes al techo. Teniendo en cuenta que cada nodo posee 6 g.d.l., la matriz de la catenaria tenía dimensiones $(121 \cdot 6 \times 121 \cdot 6) = (726 \times 726)$. Así mismo, la geometría y parámetros de los materiales (aluminio) empleado solo podían cambiarse reescribiéndolos en el código. El programa se dividía en 3 archivos: el algoritmo de cálculo y dos archivos function.m, que contenían los datos de esfuerzos y la geometría. El archivo de esfuerzos consistía en una matriz que situaba el peso de la catenaria como fuerza puntual en el centro de cada tramo de 10 metros, como se observa en la figura 11.5. Los nodos tomados eran el 11, 31, 51, 71, 91, 111. El archivo con la geometría del sistema asociaba a cada elemento finito el nodo inicial y final correspondiente, hasta el valor máximo de 126.

Los valores de masa, amortiguación y rigidez del pantógrafo eran igualmente constantes, así como la fuerza vertical ejercida por la segunda masa sobre la catenaria.

El paso de integración y el tiempo total de la simulación habían de calcularse previamente, ya que eran los únicos valores que podía introducir el usuario, en función de la longitud del vano (60 m), el elemento finito (0,5 m) y la velocidad del tren deseada.

Con el programa CATRIG.m desarrollado se puede simular cualquier tramo recto de catenaria y pantógrafo, solicitando en pantalla los siguientes datos:

```
%*****GEOMETRÍA DEL LA CATENARIA

long=input('LONGITUD DEL VANO EN ESTUDIO (m) = ');

l=input('LONGITUD DEL ELEMENTO FINITO CONSIDERADO (0.5, 0.2, 0.1m ó SUBMÚLTIPLOS) = ');

S=input('SECCION DEL PERFIL CONDUCTOR (m^2) = ');

lpolar=input('MOMENTO POLAR DE INERCIA (m^4) = ');

lzeta=input('MOMENTO DE INERCIA RESPECTO AL EJE Z (m^4) = ');

lyg=input('MOMENTO DE INERCIA RESPECTO AL EJE Y (m^4) = ');

den=input('DENSIDAD DEL ELEMENTO CONDUCTOR (kg/m^3) = ');

E=input('MÓDULO DE ELASTICIDAD DEL MATERIAL (Gpa) = ');

%G=input('MÓDULO DE CORTADURA DEL MATERIAL (Gpa) = ');

%*****GEOMETRÍA DE LAS BARRAS DE UNIÓN CON EL TECHO (SOPORTES)

%Lbarra=input('LONGITUD DE LAS BARRAS QUE UNEN EL PERFIL AL TECHO (m) = ');

%Sbarra=input('SECCION DE LAS BARRAS QUE UNEN EL PERFIL AL TECHO (m^2) = ');

Dsop=input('DISTANCIA ENTRE LOS SOPORTES, SUBMÚLTIPLO DE LA LONGITUD TOTAL DEL TRAMO EN ESTUDIO (m) = ');

%denbarra=input('DENSIDAD DE LA BARRA SOPORTE (kg/m^3) = ');

%*****DATOS DEL PANTÓGRAFO

m1=input('MASA TOTAL DE LA MESILLA (kg) = ');

m2=input('MASA DE LOS BRAZOS (kg) = ');

m3=input('MASA DEL BASTIDOR (kg) = ');

k1=input('RIGIDEZ DE LA MESILLA (N/m) = ');

k2=input('RIGIDEZ DE LOS BRAZOS DEL PANTÓGRAFO (N/m) = ');

k3=input('RIGIDEZ DEL BASTIDOR (N/m) = ');

c3=input('COEFICIENTE DE AMORTIGUACIÓN DEL PANTÓGRAFO (Ns/m) = ');

FE=input('FUERZA ESTÁTICA (daN) = ');

kaero=input('COEFICIENTE AERODINÁMICO = ');

%*****PARÁMETROS DE LA SIMULACIÓN.

VEL=input('VELOCIDAD DEL TREN (km/h) = ');
```

GEOMETRÍA DEL LA CATENARIA:

Puede introducirse un vano de cualquier longitud y elegir el tamaño de los elementos finitos que se utilizan en la simulación. Se recomiendan los valores de 0.5, 0.2, y 0.1, ya que el tiempo de cálculo necesario es muy elevado empleando elementos de longitud $\leq 0,1$ m. Los datos geométricos como la sección o momentos de inercia se pueden introducir según el perfil empleado, así como los parámetros mecánicos característicos del material (módulo elástico y de cortadura).

GEOMETRÍA DE LAS BARRAS DE UNIÓN CON EL TECHO (SOPORTES:

Se introducen los valores de la sección de los soportes, su longitud, densidad y distancia entre ellos, que tiene que ser submúltiplo de la longitud del vano empleado (de tal forma que se disponga de un número entero de soportes, definido como $\frac{L(\text{vano})}{l(\text{soportes})} - 1$).

DATOS DEL PANTÓGRAFO:

Modelado como un sistema de masas puntuales, se introduce el valor de la masa de la mesilla, los brazos y el bastidor, la rigidez de cada uno de ellos y el valor de la amortiguación. La fuerza estática introducida será ejercida por los brazos, mientras que la fuerza aerodinámica calculada con el coeficiente aerodinámico y la velocidad de circulación elegidas por el usuario se ejerce en la mesilla. Para ello se ha modificado el código según lo expuesto en el apartado 11.2 de este capítulo.

De esta forma, un tramo genérico de catenaria sería:

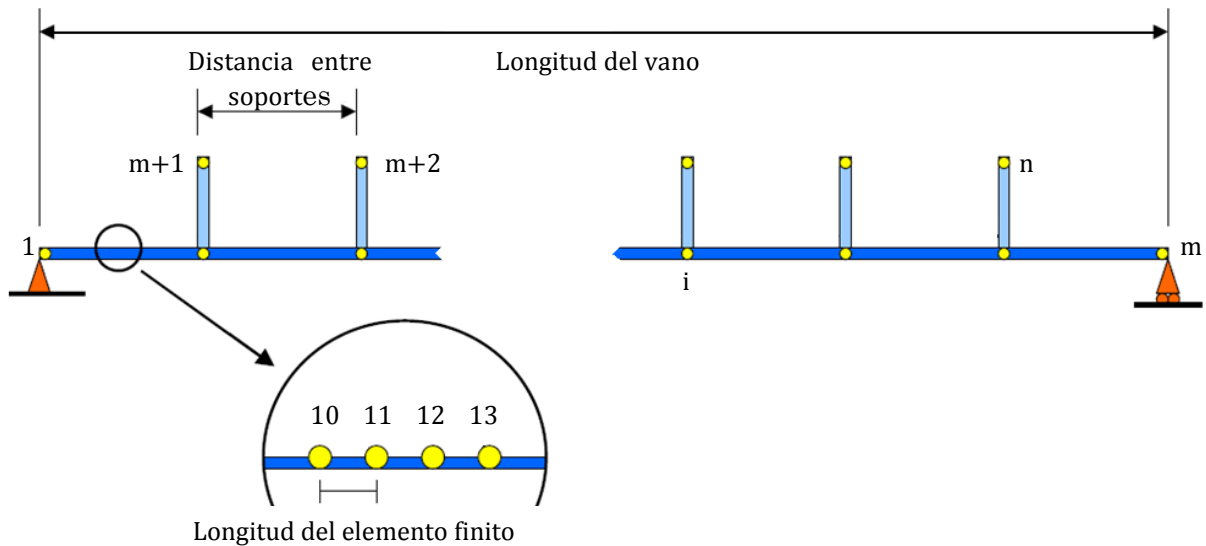


Figura 11.7: Discretización genérica de la catenaria, numeración de los nodos.

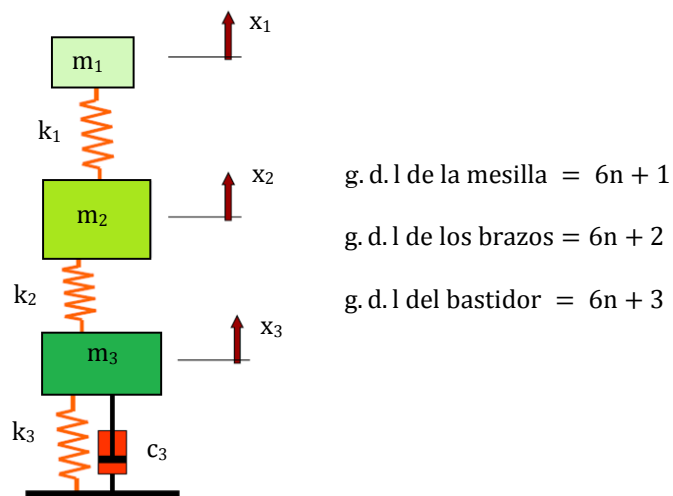


Figura 11.8: Discretización genérica del pantógrafo, numeración de los nodos.

Para que el contacto del pantógrafo con la catenaria se produzca en un nodo de la discretización del sistema, es necesario establecer una relación entre la velocidad de circulación que se le quiere imponer al tren y el paso de integración de las ecuaciones diferenciales:

$$\text{Paso de integración} = \frac{l(\text{longitud del elemento finito}, m)}{v(\text{velocidad del tren}, m/s)}$$

$$\text{Tiempo total de simulación} = \frac{L(\text{longitud del vano}, m)}{v(\text{velocidad del tren}, m/s)}$$

De esta forma, únicamente es necesario introducir la velocidad de circulación del tren en km/h, ya que el paso de integración y el tiempo total de simulación (tiempo en recorrer el vano) son calculados directamente por el programa.

11.4.1 COMPARACIÓN DE RESULTADOS.

Para verificar el programa CATRIG.m se analiza el caso disponible en los apuntes de la asignatura [2], realizadas con el programa “ferro49.m”, a fin de comprobar los resultados obtenidos, y que muestran de forma general el comportamiento del pantógrafo bajo catenaria rígida. Aunque los programas representan $\lambda = -F_{\text{contacto}}$ en N, se calcula el valor de las fuerzas de contacto en + daN, para dar continuidad a la notación empleada en anteriores capítulos.

Es importante indicar que las masas del pantógrafo empleado no corresponden con valores reales. La siguiente tabla muestra estos valores, frente al rango de masas aproximado entre los que se encuentran realmente:

	Datos originales	Rango de datos real
m_{mesilla} (kg)	4	(10 ~20)
$m_{\text{de los brazos}}$ (kg)	8	(30~40)
$m_{\text{del bastidor}}$ (kg)	8	(30 ~50)

Tabla 11.1: Comparación de masas del pantógrafo simulado.

ferro49.m	CATRIG.m
$v = 10$ m/s	$v = 36$ km/h
$t_{\text{simulación}} = 6$ s	$t_{\text{simulación}} = 6$ s
$\text{paso}_{\text{integración}} = 0,05$ s	$\text{paso}_{\text{integración}} = 0,05$ s
Únicamente fuerza estática, $F = 10$ daN	

Tabla 11.2: Datos de la simulación.

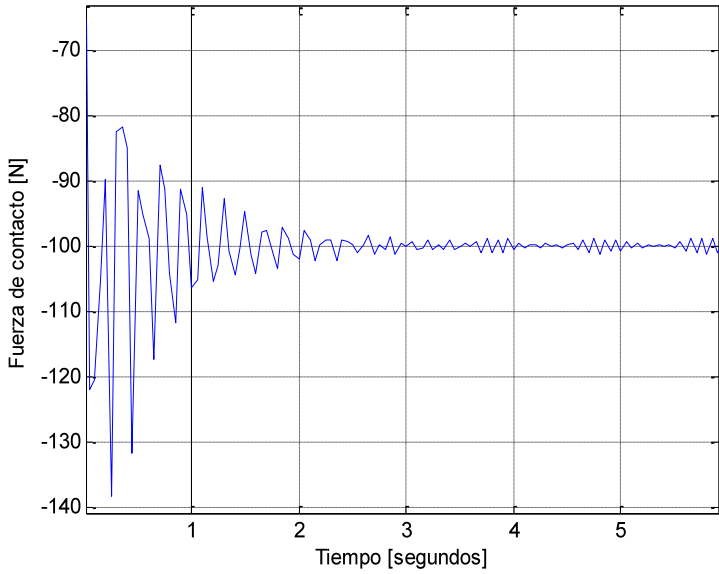


Figura 11.9: Fuerza de contacto frente al tiempo. Tras los primeros instantes la fuerza de contacto oscila alrededor de 10 daN (esfuerzo vertical aplicado por el pantógrafo). ferro49.m [2].

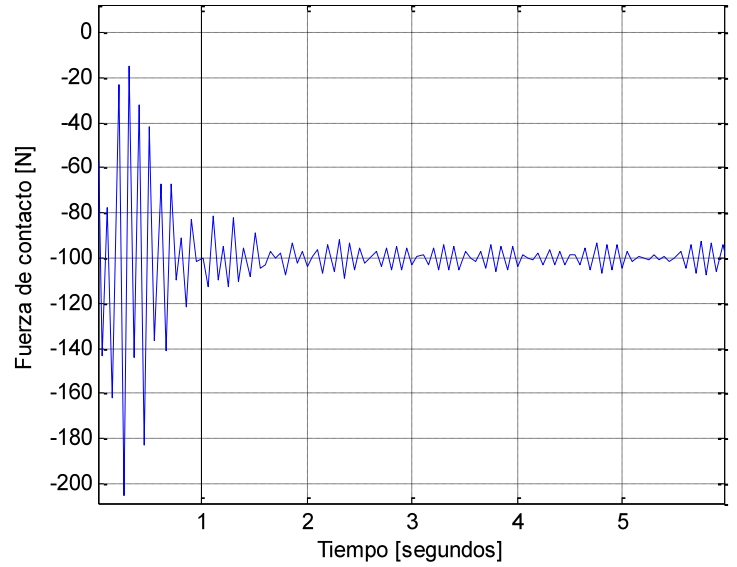


Figura 11.10: Fuerza de contacto frente al tiempo, oscilación inicial alrededor de 10 daN. CATRIG.m

La gráfica de la izquierda corresponde al resultado del programa ferro49.m, mientras que la de la derecha es la calculada con CATRIG.m. Ambas muestran un comportamiento similar de la variación de la fuerza de contacto durante los 6 segundos que el pantógrafo tarda en atravesar el vano. Desde el inicio hasta el segundo 1 aproximadamente, la fuerza oscila entre el máximo de 13 daN con ferro49.m y 20 daN con CATRIG.m. Pasado un segundo se estabilizan en torno a 10 daN (los programas representan $\lambda = -F_{contacto}$), oscilando entre 9,5 y 10,5 daN aproximadamente.

Exportando los resultados a Excel se obtiene un valor de fuerza media de 9,901 daN empleando el programa ferro49.m y 10,075 daN con el programa CATRIG.m.

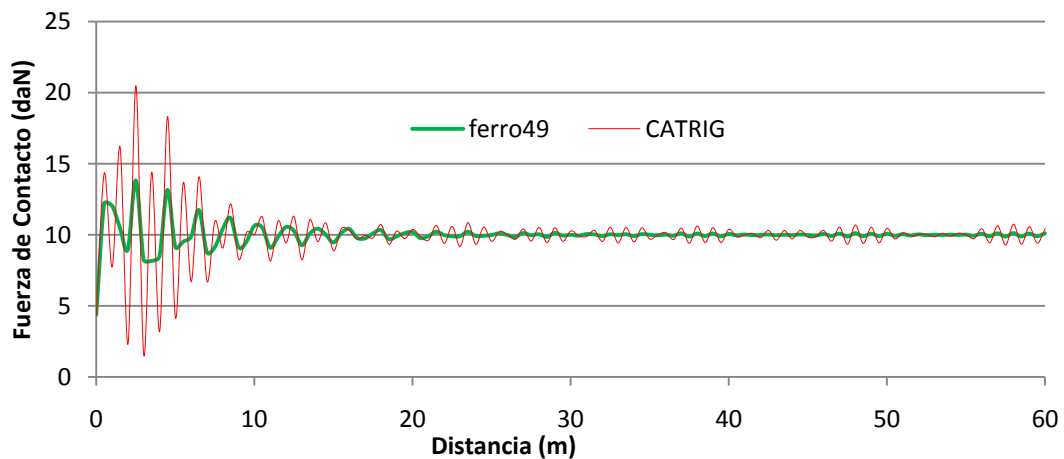


Figura 11.11: Comparación de las gráficas de fuerza obtenidas con ambos programas.

Comparando ambas gráficas se observan diferencias en los primeros instantes de simulación, si bien el comportamiento en ambos casos es semejante en estado estacionario.

*** Nota:**

En los apuntes de la asignatura se incluía esta aclaración final [2]:

“Los resultados solo pueden interpretarse como indicativos, ya que en la modelización se ha empleado una longitud de los elementos (0,5 m) demasiado grande para que los resultados sean numéricamente realistas. Los pasos de integración que se utilizan son demasiado grandes como para obtener resultados realistas. El programa ferro49.m podría utilizarse con longitudes de elementos más pequeños (0,1 m), y también podrían considerarse en lugar de un tramo de 60 metros, varios de ellos. En este caso los resultados serían más realistas pero con este programa, el tiempo de computación sería demasiado elevado”.

Con el programa realizado se pretende solventar, en parte, estos problemas, dando opción a estudiar tramos más largos, con longitud de elementos finitos más adecuados ($\leq 0,1$ m), si bien es cierto que el tiempo empleado por Matlab en resolver la iteración es elevado.

11.4.2 COMPORTAMIENTO DEL PANTÓGRAFO BAJO CATENARIA RÍGIDA.

En este apartado se analizan las simulaciones llevadas a cabo con un pantógrafo concreto circulando bajo catenaria rígida. Como parámetros principales a modificar se toman la longitud del vano, la longitud del elemento finito y la velocidad de circulación, ya que determinan las condiciones generales del comportamiento y la resolución matemática del problema. La fuerza representada es $\lambda = -F_{\text{contacto}}$ en N.

Dado que la catenaria rígida se instala principalmente en metropolitanos y túneles urbanos para trenes de Cercanías o larga distancia, se emplea para las simulaciones el pantógrafo Schunk modelo WBL 85-12 [67-69], equipado en unidades de Cercanías Civia y locomotoras (serie 252 RENFE) que circulan de manera frecuente bajo esta catenaria. Los datos geométricos y mecánicos de los perfiles de aluminio empleados en el sistema de catenaria rígida, así como los del pantógrafo WBL 85-12 son los siguientes:

$m_{\text{mesilla}} = m_1$ (kg)	17,2	Sección _{conductor} (m^2)	0,002214
$m_{\text{de los brazos}} = m_2$ (kg)	66,5	Momento _{polar} de inercia (m^4)	0,00000452
$m_{\text{del bastidor}} = m_3$ (kg)	42,3	Momento _{inercia} respecto z (m^4)	0,00000339
K_{mesilla} (N/m)	20480	Momento _{inercia} respecto y (m^4)	0,00000113
K_{brazos} (N/m)	5200	Densidad _{conductor} (kg/m^3)	2600
K_{bastidor} (N/m)	40	Módulo Elasticidad (Gpa)	69
Amortiguación (Ns/m)	95	Módulo de Cortadura (Gpa)	23
F_t (kg \sim daN)	10	Longitud de los soportes al techo (m)	1,2
$K_{\text{aerodinámico}}$ ($\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}$)	0,000095	Sección _{soportes} (m^2)	0,002
		Densidad _{sopORTE} (kg/m^3)	2600

Tabla 11.3: Datos de la catenaria y el pantógrafo.

11.4.2.1 1ª SIMULACIÓN: COMPARACIÓN DEL TAMAÑO DEL ELEMENTO FINITO.

Para analizar la influencia del tamaño del elemento finito se realizan tres cálculos con los siguientes datos comunes:

Longitud del vano (m)	60
Distancia entre soportes (m)	10
Velocidad de circulación (km/h)	100
Tiempo total de simulación (s)	2,16
Fuerza de contacto $F = F_{\text{estática}} + K_{\text{aero}} \cdot v^2$ (daN)	10,95

Los elementos finitos tienen 0.5, 0.2 y 0.1 m de longitud.

Empleando elementos finitos de longitud 0,5 metros el tiempo de resolución es ≈ 1 minuto. La gráfica fuerza – tiempo representada con el programa CATRIG.m es:

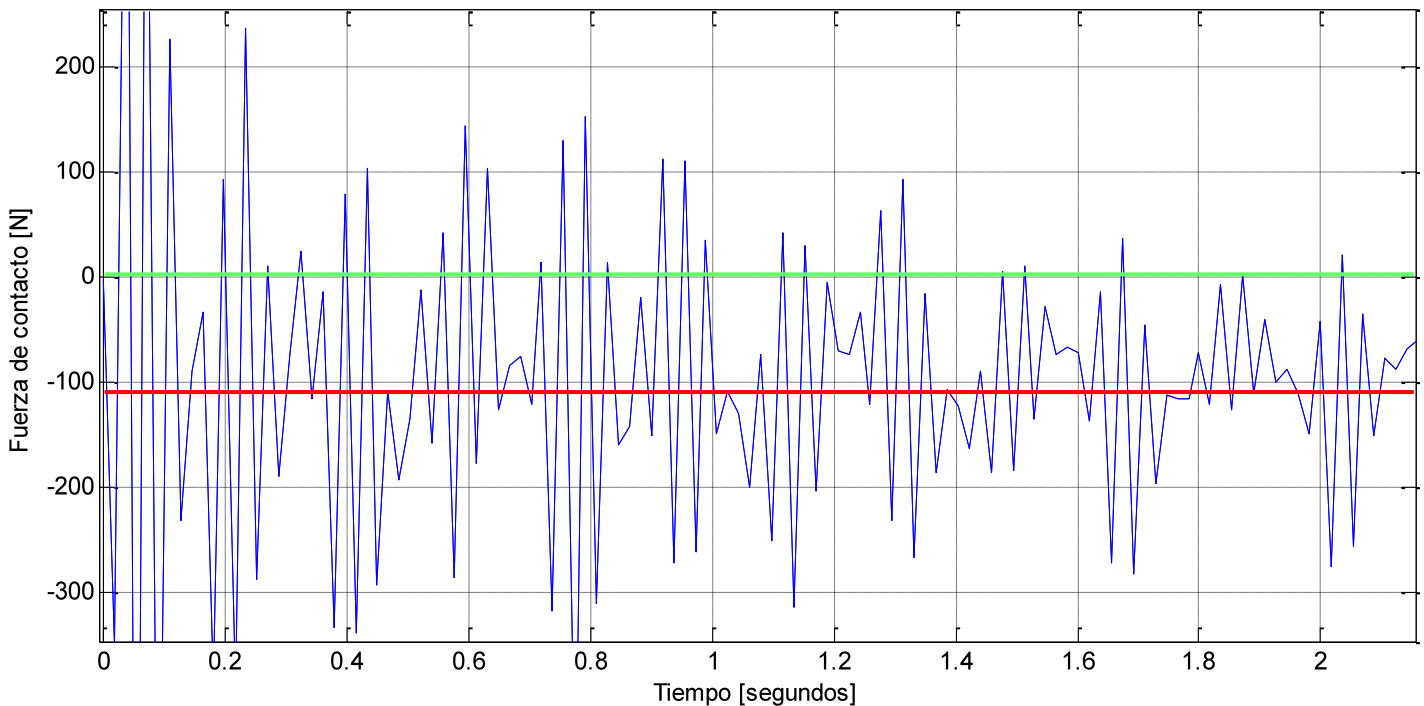


Figura 11.12: Fuerza de contacto frente al tiempo, $l_{\text{elemento finito}} = 0,5$ m.

La línea roja horizontal marca la fuerza media de contacto, de valor 10,95 daN. Se producen continuos despegues del pantógrafo, y por tanto arcos eléctricos, ya que el valor de la fuerza asciende y supera los 0 daN frecuentemente (línea verde), mostrando la inestabilidad del contacto.

Durante las primeras décimas de segundo los valores de fuerza son elevados, ya que los parámetros de integración no se han aproximado aún a los valores medios que adoptan durante el resto del tiempo [54, 57]. Entre 0,2 y 1 segundo aproximadamente, la amplitud de la oscilación es de ± 10 daN, produciéndose así picos máximos de fuerza para $F \geq \sim 20$ daN (gráficamente cuando supera -200 N) y despegues cuando $F \leq 0$ daN.

Cuando se emplean elementos finitos de 0,2 m de longitud, el tiempo de resolución de Matlab aumenta hasta ≈ 7 minutos, siendo el gráfico de fuerzas obtenido:

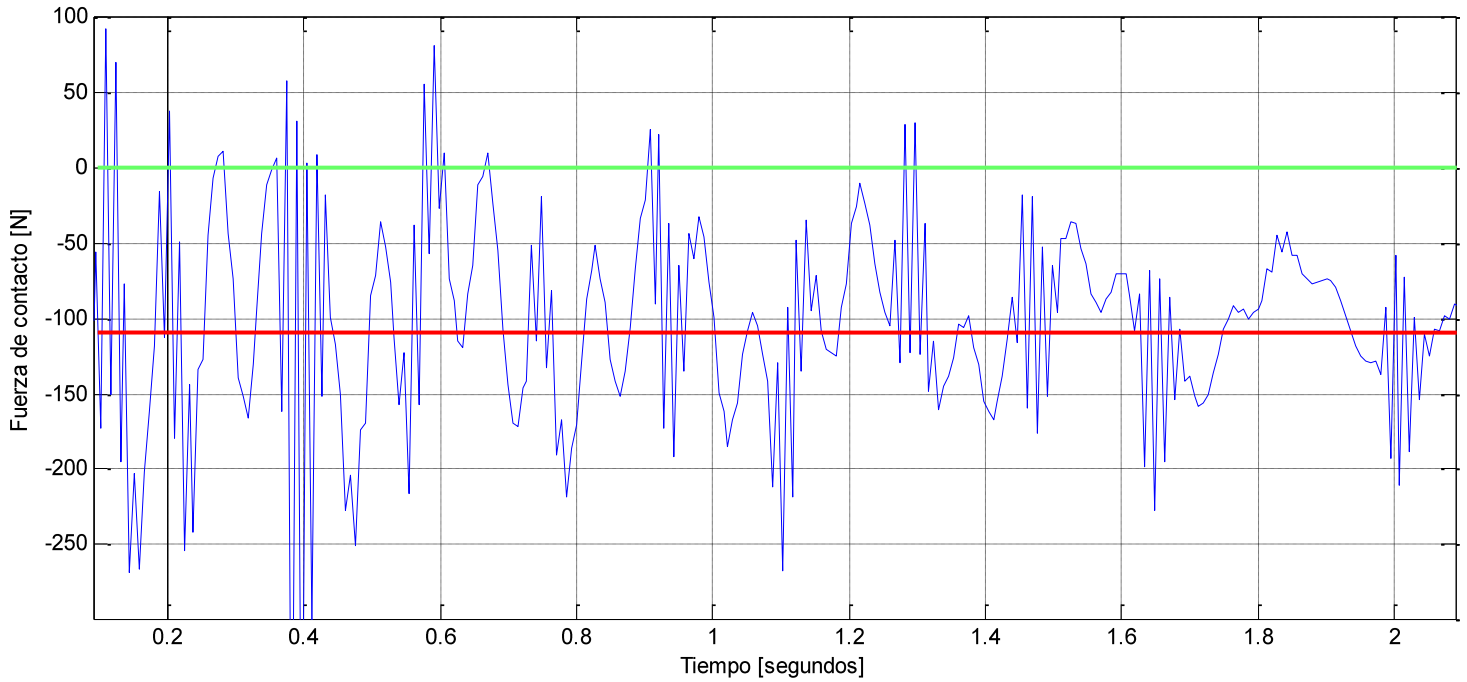


Figura 11.13: Fuerza de contacto frente al tiempo, $l_{\text{elemento finito}} = 0,2$ m.

Al disminuir el tamaño del elemento de 0,5 a 0,2 m el tiempo de simulación prácticamente se multiplica por 7. Las líneas verde y roja marcan igualmente los valores de fuerza nula y fuerza media. La precisión de cálculo aumenta, ya que se disminuyen y concretan el n° de despejes. Comparando ambas gráficas se observa cómo la fuerza de contacto se anula aproximadamente en 0,4, 0,6, 0,9, y 1,3 segundos. La amplitud de la fuerza varía entre 0 ~ 18 daN.

Empleando elementos finitos de 0,1 m el tiempo empleado en resolver el cálculo asciende a 2 horas y 25 minutos, siendo el gráfico obtenido:

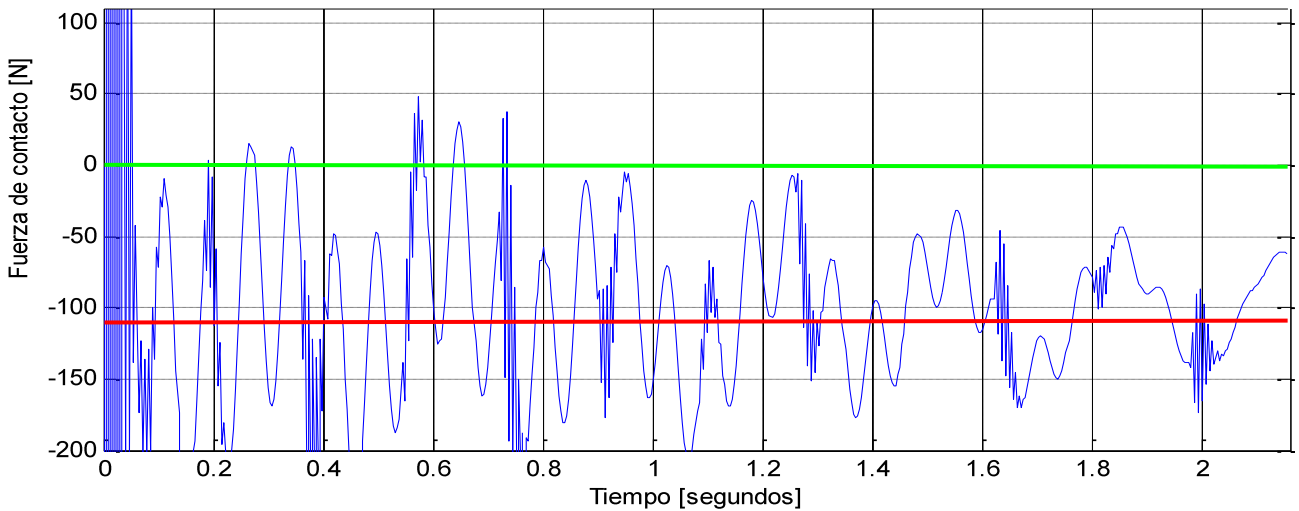
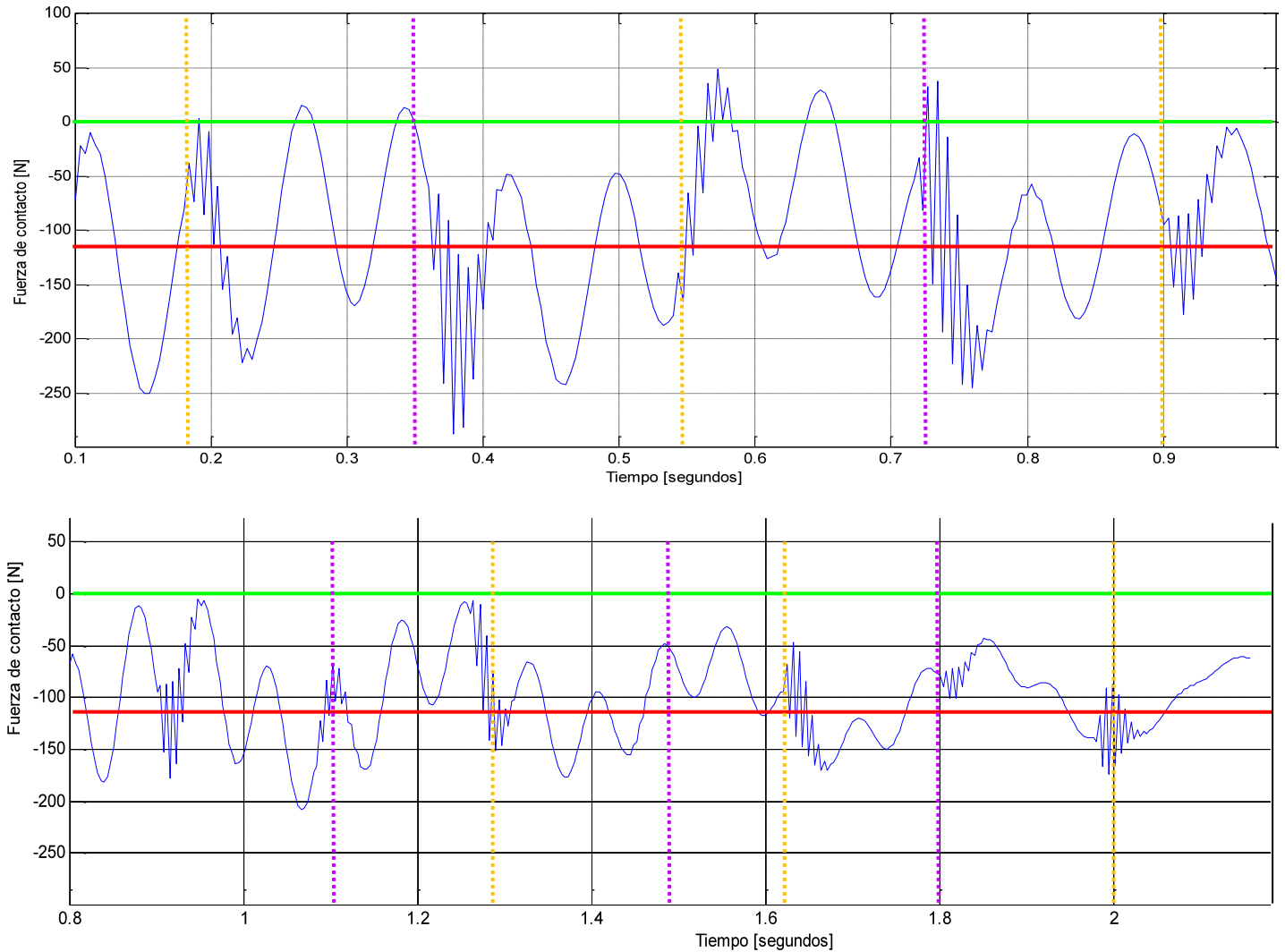


Figura 11.14: Fuerza de contacto frente al tiempo, $l_{\text{elemento finito}} = 0,1$ m.

Analizando la figura 11.14 se observa que la fuerza sólo se anula entre los intervalos de 0,2 a 0,4 s y de 0,5 a 0,8 segundos. Ampliando la gráfica:



Figuras 11.15 a) y b): Fuerza de contacto. Línea naranja: instante de paso por el centro del vano; línea morada: instante de paso por el punto de unión al soporte vertical.

Pueden obtenerse los instantes en los que se produce el despegue del pantógrafo, aproximadamente a 0.18, 0.25, 0.35, 0.57, 0.65, y 0.74 segundos. Para el tramo de catenaria empleado, vano de 60 metros con soporte cada 10 m, y circulando a velocidad de 100 km/h, el paso por el punto de unión al soporte y por el centro del vano se produce a:

Soporte	1 (10 m)	2 (20 m)	3 (30 m)	4 (40 m)	5 (50 m)	
Tiempo (s)	0,36	0,72	1,08	1,44	1,8	
Centro del vano	1 (5 m)	2 (15 m)	3 (25 m)	4 (35 m)	5 (45 m)	6 (55 m)
Tiempo (s)	0,18	0,54	0,90	1,26	1,62	1,98

Tabla 11.4: Instantes de paso por los soportes y centro de cada tramo.

Analizando las tablas 11.4 y 11.5 y la figura 11.15 a) se observa cómo desde el instante inicial hasta 0,8 segundos se producen despegues (pérdida de contacto) en puntos de la catenaria que prácticamente coinciden con el centro del tramo de 10 metros o con el punto de unión con la barra vertical.

Despegues (s)	0,18	0,25	0,35	0,57	0,74
Máximos (s)	0,15	0,38	0,75	1,1	

Tabla 11.5: Instantes de despegue y máximos de fuerza.

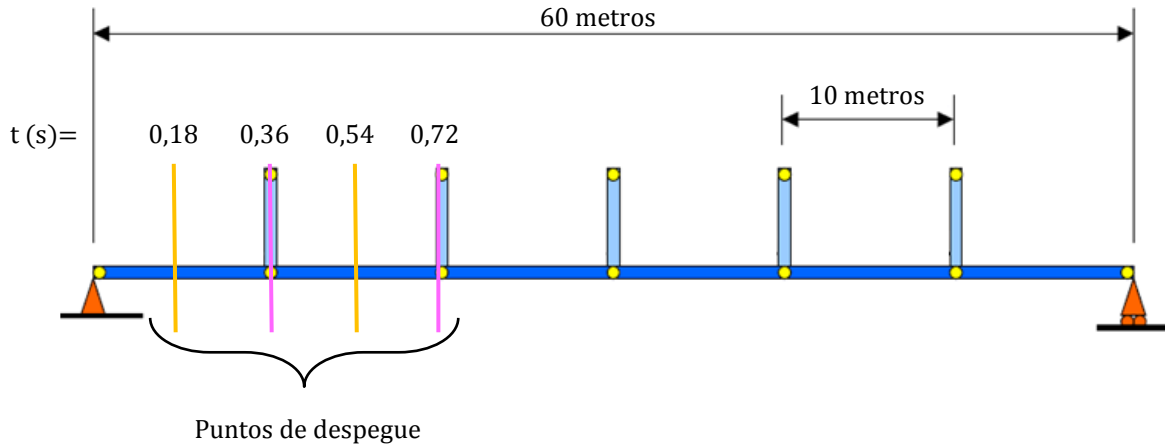


Figura 11.16: Tramo estudiado, posición de soportes y centro de cada tramo.

Por otro lado, al paso del pantógrafo por el punto medio (aproximadamente) de cada tramo de 10 metros (segundos 0.90, 1.26, 1.62, 1.98) se producen rápidas oscilaciones de la fuerza de contacto, fenómeno que también ocurre al paso por todos los puntos de unión al soporte vertical, salvo uno.

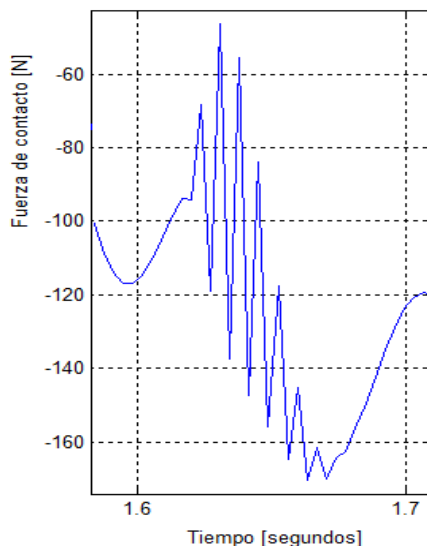


Figura 11.17: Oscilación rápida de la fuerza al paso por el punto central del tramo 5, instante ~ 1,62 – 1,67 s.

Este fenómeno se debe a la variación de la rigidez de la catenaria, que ya en el centro del tramo entre soportes ésta es menor, pudiendo vibrar más fácilmente el perfil conductor. Esta vibración produce irregularidades en la fuerza de contacto. Al paso por los puntos de unión a las barras verticales, puntos *duros*, la rigidez del perfil aumenta, ya que no puede elevarse (elevación muy pequeña) al paso del pantógrafo porque la barra vertical lo impide. Esto puede igualmente producir vibraciones y oscilaciones rápidas en la fuerza, debido a la reacción del perfil sobre el pantógrafo. En las figuras 11.15 a) y b) se observa cómo, salvo al paso por el primer soporte, la pendiente de la curva es positiva, es decir, el valor de la fuerza de contacto disminuye al paso por el soporte.

Analizando la figura 11.15 b) frente a las figuras 11.12 y 11.13 se observa que la amplitud de la fuerza de contacto disminuye, oscilando en este caso en el rango 4 ~ 17 daN, no produciéndose despegues una vez que el pantógrafo ha atravesado medio vano, aproximadamente 30 metros. Al disminuir el tamaño del elemento finito empleado, la amplitud de la fuerza disminuye, siendo ésta mayor durante los instantes iniciales de cálculo.

11.4.2.2 2ª SIMULACIÓN: TRAMOS LARGOS.

En este caso se estudian dos tramos de catenaria de mayor longitud, siendo los datos empleados:

Caso	1	2
Longitud del vano (m)	200	220
Longitud del elemento finito (m)	0,2	0,2
Distancia entre soportes (m)	10	10
Velocidad de circulación (km/h)	72	80
Tiempo total de simulación (s)	10	9,9
Tiempo empleado en resolver el cálculo	10 h	13 h 20'
Fuerza de contacto $F = F_{\text{estática}} + K_{\text{aero}} \cdot v^2$ (daN)	10,49	10,61

Tabla 11.6: Datos de las simulaciones.

El tiempo de simulación supera en ambos casos las 10 horas, comprobando efectivamente el elevado tiempo necesario de resolución, como se indica en [2].

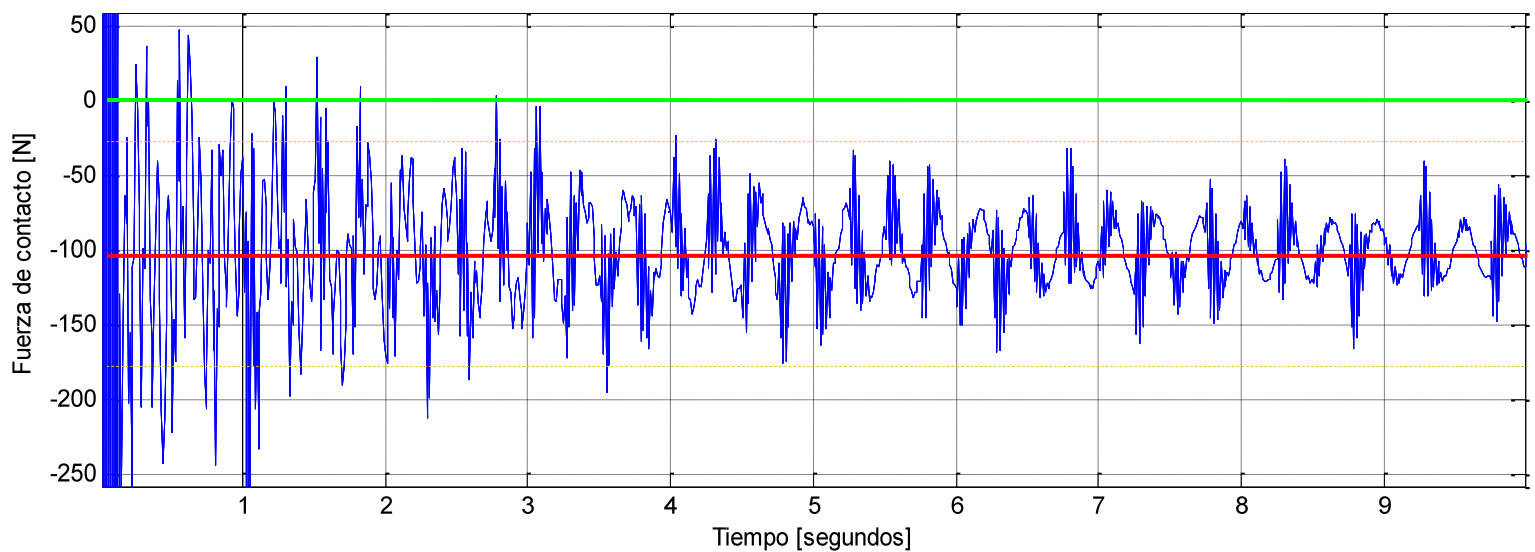


Figura 11.18: Caso 1.

En las figuras 11.18 y 11.19 se observa cómo tras los primeros instantes ($\sim 1,5$ s) la fuerza de contacto se estabiliza en torno a la fuerza media calculada en la tabla 11.6. La fuerza máxima alcanzada es aproximadamente 17,5 daN (-175 N en las gráficas), no produciéndose despegues por pérdida de contacto cuando éste se ha estabilizado. El valor de la fuerza mínima es $\sim 2,5$ daN (-25 N en las gráficas), inferior a la fuerza estática del pantógrafo, debido a la dinámica del contacto. Se asegura de esta forma un contacto permanente entre el pantógrafo y la catenaria [22-24].

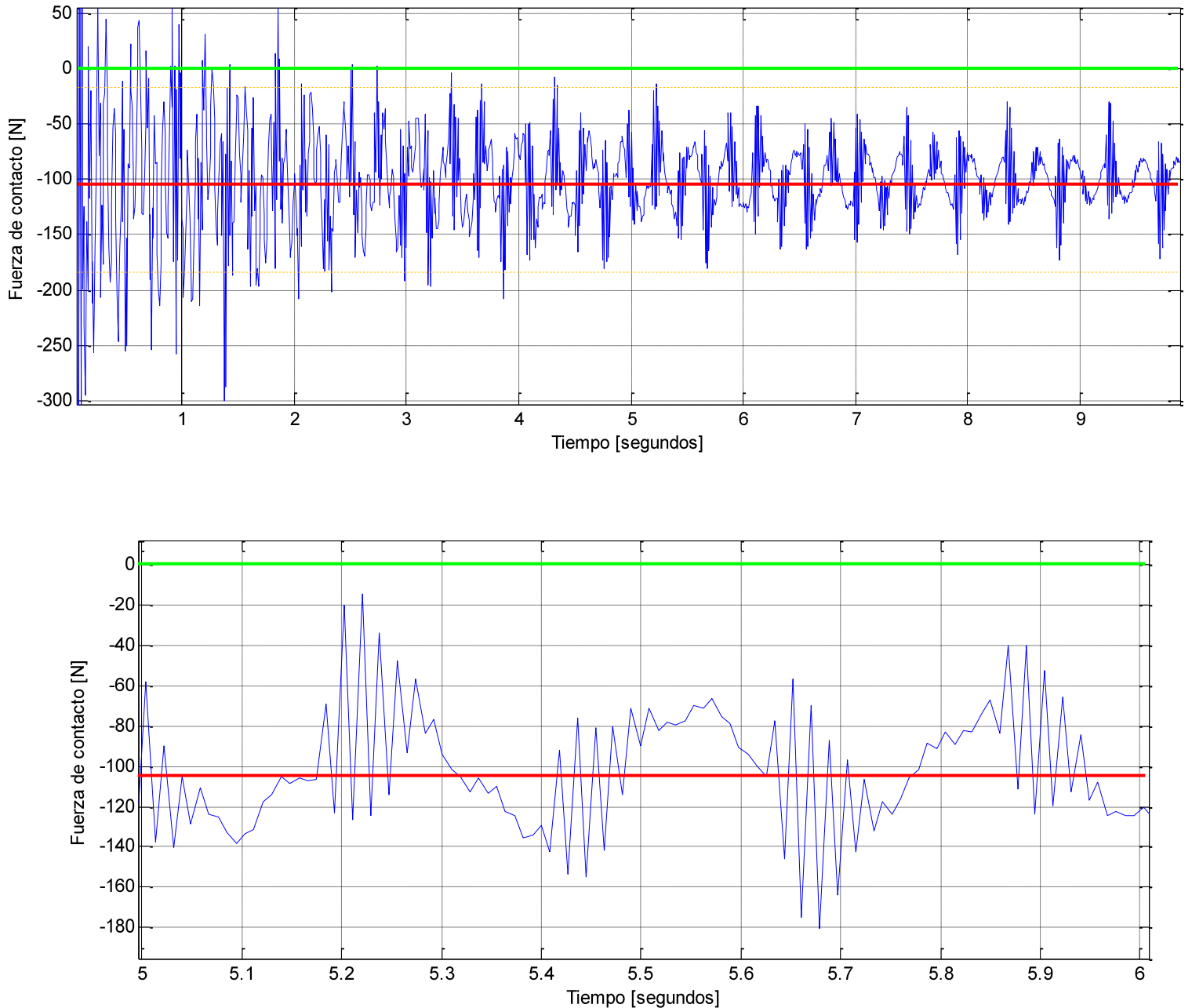


Figura 11.19 a) y b): Caso 2 completo y detalle de la fuerza de contacto entre los segundos 5 y 6 de la simulación.

11.4.2.3 3ª SIMULACIÓN: INFLUENCIA DE LA VELOCIDAD.

El análisis de la influencia de la velocidad se realiza estudiando diferentes vanos, para distintas velocidades:

Simulación	1	2	3	4	5	6
Longitud del vano (m)	90	150	140	60	100	90
Longitud del elemento finito (m)	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
Distancia entre soportes (m)	9	10	10	10	10	10
Velocidad de circulación (km/h)	25	25	50	75	85	100
Tiempo total de simulación (s)	12,96	21,6	10,08	2,88	4,23	3,24
Tiempo empleado en resolver el cálculo (min)	50	300	240	15	75	60
Fuerza de contacto $F = F_{\text{estática}} + K_{\text{aero}} \cdot v^2$ (daN)	10,06	10,06	10,24	10,53	10,69	10,95

Tabla 11.7: Datos de la simulaciones.

Simulación 1.

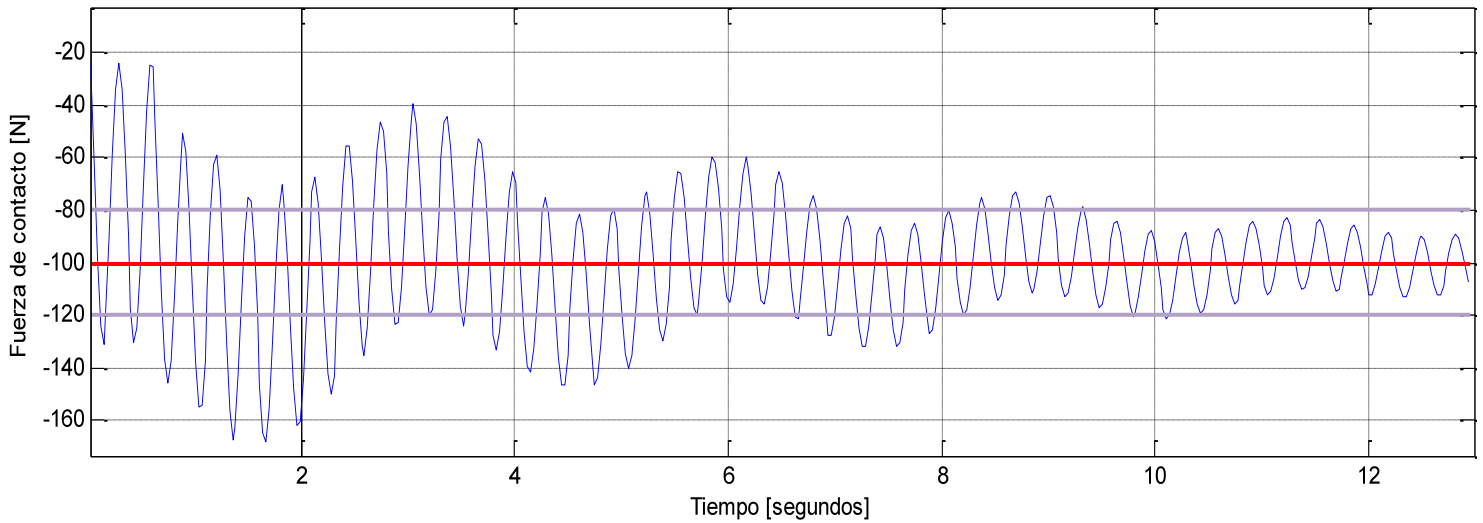


Figura 11.20: Fuerza de contacto frente al tiempo:
 $v = 25 \text{ km/h}$, vano 90 m.

La fuerza de contacto oscila en torno al valor medio de -10,06 daN, disminuyendo el valor de la amplitud de la fuerza a medida que avanza por el vano. Circulando a 25 km/h el contacto entre pantógrafo y catenaria es adecuado, ya que no se producen despegues entre ambos. La fuerza oscila entre 10 ± 2 daN (línea roja acotada entre las líneas moradas).

La fuerza se ajusta a una función senoidal amortiguada, disminuyendo su amplitud tras cada periodo de oscilación. Para comprobar si la gráfica adoptada por la fuerza es igualmente senoidal circulando a 25 km/h en tramos de mayor longitud se emplea un vano de 150 m en el caso 2.

Simulación 2.

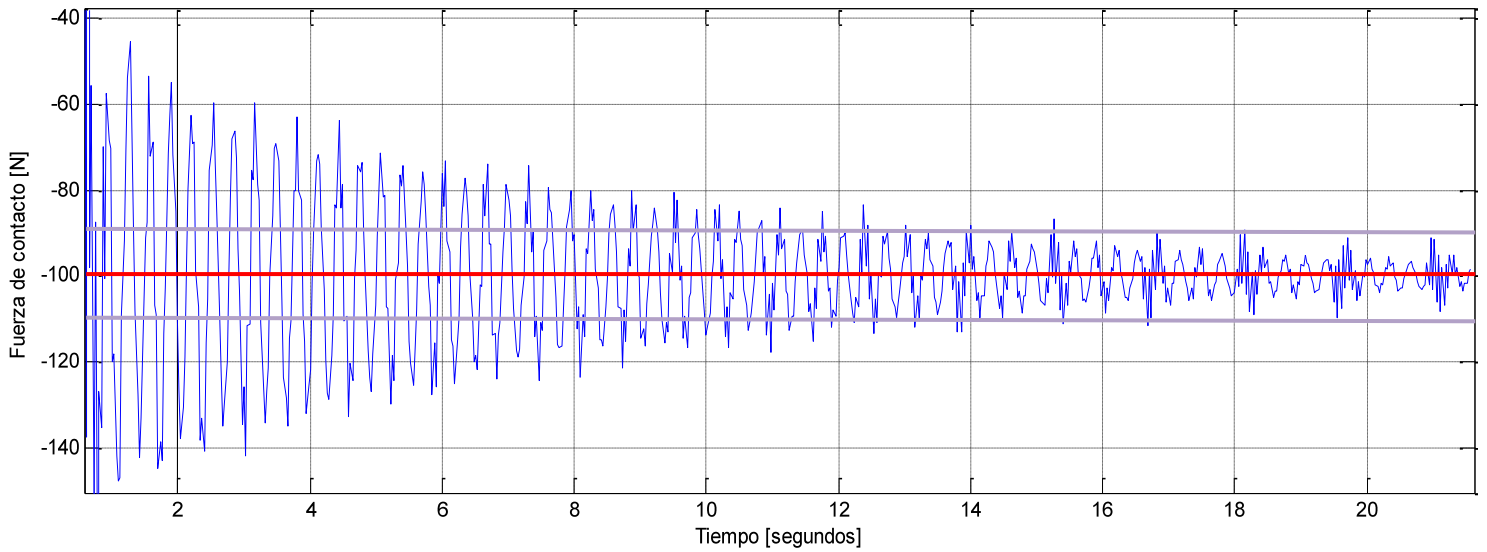


Figura 11.21: Fuerza de contacto frente al tiempo:
 $v = 25 \text{ km/h}$, vano 150 m.

Circulando a 25 km/h en un tramo de mayor longitud, 150 m frente a 90 m del caso 1, la fuerza se ajusta en el rango aproximado de $10 \pm 1 \text{ daN}$, produciendo un contacto adecuado sin despegues, mostrando comportamiento igualmente senoidal en los primeros instantes de la simulación (0 – 10 s).

Simulación 3.

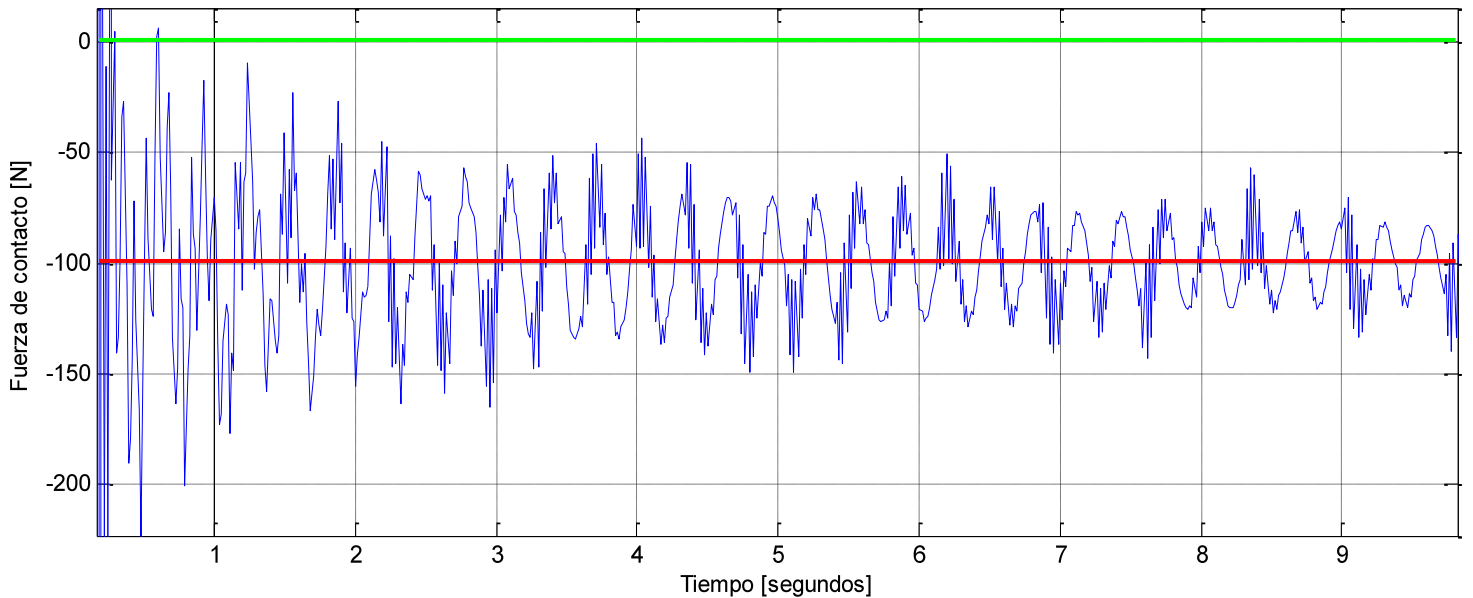


Figura 11.22: Fuerza de contacto frente al tiempo:
 $v = 50 \text{ km/h}$, vano 140 m.

Aumentando la velocidad de circulación respecto a los casos 1 y 2 la oscilación dinámica de la fuerza de contacto aumenta. A 50 km/h la fuerza se encuentra en el rango $10,2 \pm 4,5 \text{ daN}$, si bien no llegan a producirse despegues por pérdida de contacto.

Simulación 4.

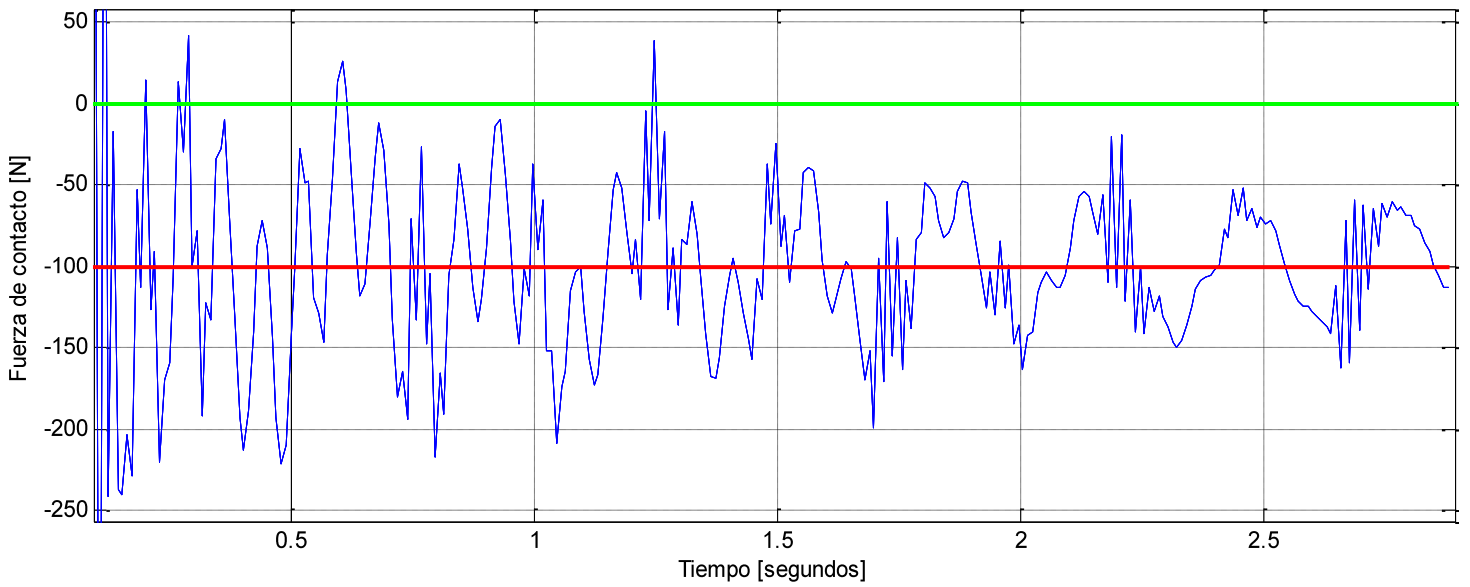


Figura 11.23: Fuerza de contacto frente al tiempo:
 $v = 75 \text{ km/h}$, vano 60 m.

Cuando se circula a 75 km/h se producen pérdidas de contacto entre el pantógrafo y la catenaria al inicio de la simulación, manteniendo valores adecuados al final de la misma. La fuerza de contacto se mantiene dentro del rango (5 – 20 daN), excepto en instantes de despegue.

Simulación 5.

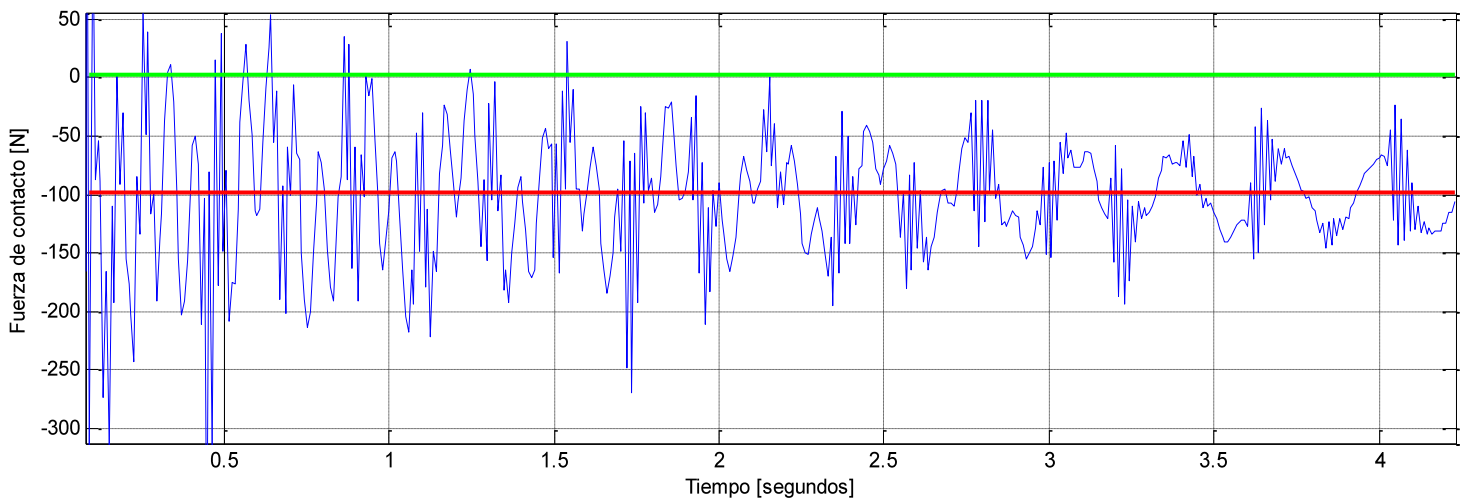


Figura 11.24: Fuerza de contacto frente al tiempo:
 $v = 85 \text{ km/h}$, vano 100 m.

Al igual que en el caso anterior, cuando la velocidad aumenta a 85 km/h las vibraciones producen despegues del pantógrafo al inicio del contacto, estabilizándose éste tras 1,5 s desde el inicio de la simulación. El rango de valores de la fuerza de contacto es igualmente (5 – 20 daN).

Simulación 6.

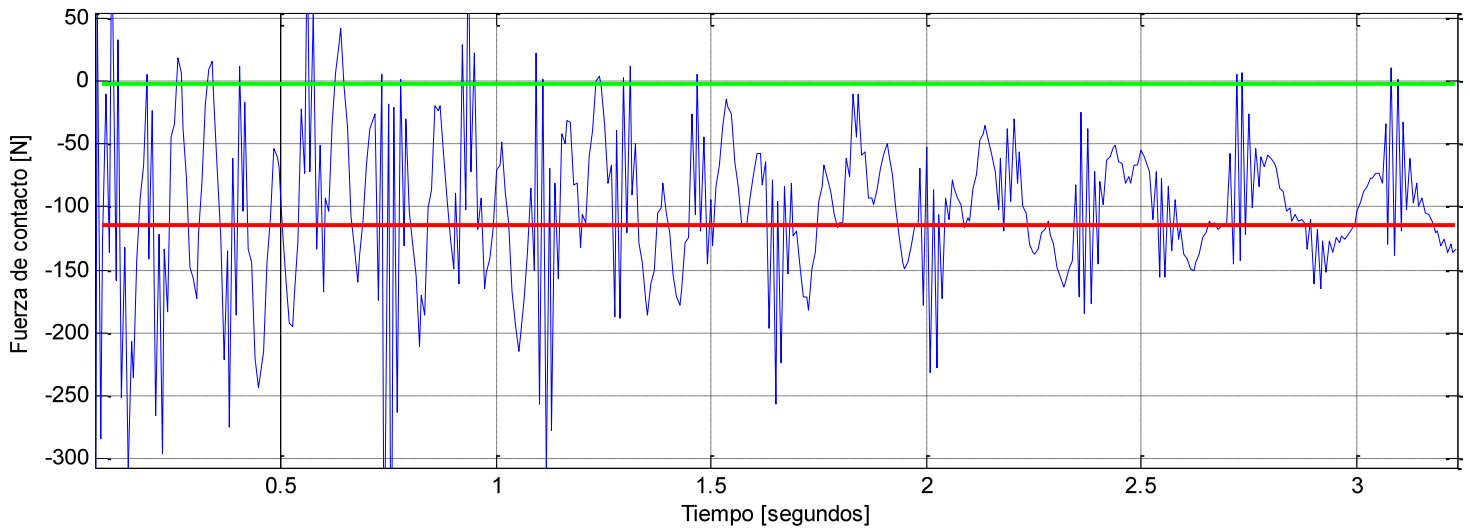


Figura 11.25: Fuerza de contacto frente al tiempo:
 $v = 100 \text{ km/h}$, vano 90 m.

A 100 km/h los despegues son continuos, dando lugar a una captación de corriente inadecuada, alcanzándose máximos de fuerza superiores a 30 daN que originan despegues inmediatos en los primeros instantes de simulación. Una vez que la fuerza se estabiliza en torno al valor de fuerza media de contacto, los máximos alcanzados no superan los 20 daN, siendo los mínimos, salvo despegues, 5 daN.

Como se observa en las seis simulaciones realizadas, un aumento en la velocidad de circulación produce un aumento en la inestabilidad del contacto, incrementándose el número de arcos eléctricos y despegues, empeorando la captación de electricidad por parte del pantógrafo.

11.4.2.4 RESUMEN DE LOS RESULTADOS.

El elemento finito considerado para simular la catenaria es determinante en la resolución de las ecuaciones de interacción, ya que como se estudia en el apartado 11.4.2.1, a medida que disminuye el tamaño del elemento considerado los despegues entre el pantógrafo y la catenaria se van ajustando y concretando en instantes determinados de la simulación. En la figura 11.12, para un tamaño de 0,5 m, el se contabilizan 26 despegues. Disminuyendo el tamaño del elemento a 0,2 m el número de despegues disminuye a 16, figura 11.13. En la figura 11.14, para un tamaño de 0,1 m, se producen 8 despegues. En contra del aumento de precisión del cálculo aumenta en gran medida el tiempo de resolución de la simulación, siendo éste 1' para el elemento finito de 0,5 m y 2h 25' cuando se disminuye su tamaño a 0,1 m.

Para tramos *largos* (200 m) como los simulados en el apartado 11.4.2.1 el tiempo de resolución supera las 10 horas. En las figuras 11.18 y 11.19 se observa cómo tras los primeros segundos de simulación en los que se producen despegues la fuerza de contacto oscila entre valores de 10 ± 5 daN, dando lugar a un contacto adecuado sin despegues.

En las simulaciones del apartado 11.4.2.3 se aprecia cómo conforme se incrementa la velocidad de circulación, a igualdad del esfuerzo estático ejercido por el mecanismo del pantógrafo, la fuerza de contacto oscila aproximadamente alrededor del mismo valor, aumentando la amplitud de la oscilación. Consecuentemente, hay instantes en los que la fuerza de contacto podría anularse debido a perturbaciones dinámicas.

La oscilación de la respuesta se debe a la falta de uniformidad que tiene la rigidez vertical de la catenaria. Efectivamente, conforme el pantógrafo se acerca al centro del vano entre soportes, la rigidez vertical se va haciendo menor, y lo contrario sucede cuando se acerca a los soporte. Es en esos puntos en donde la rigidez vertical se hace máxima.

Aunque el número de arcos eléctricos pueda parecer excesivos no suponen un resultado alejado de la realidad, ya que es frecuente ver cómo en el contacto del tren Civia se producen continuos despegues cuando circula en túnel bajo la catenaria rígida.

11.5 SIMULACIÓN DE CATENARIA FLEXIBLE.

Para simular el comportamiento del pantógrafo bajo catenaria flexible se ha actualizado el programa “ferro47.m” empleado en la asignatura “Ferrocariles”, impartida en 5º curso de Ingeniería Industrial [2]. El programa se ha denominado CATFLEX.m.

El programa original únicamente permitía estudiar una catenaria con características fijas, sin posibilidad de modificar su geometría o propiedades mecánicas salvo reescribiendo el código. El tramo en estudio de ferro47.m se presenta en la figura 11.26, donde se muestra la numeración de los nodos empleada. El sistema consistía en un tramo de 60 metros, formado por 242 nodos, cada uno de ellos con 6 grados de libertad. De esta forma la catenaria tenía $242 \cdot 6 = 1452$ g.d.l.

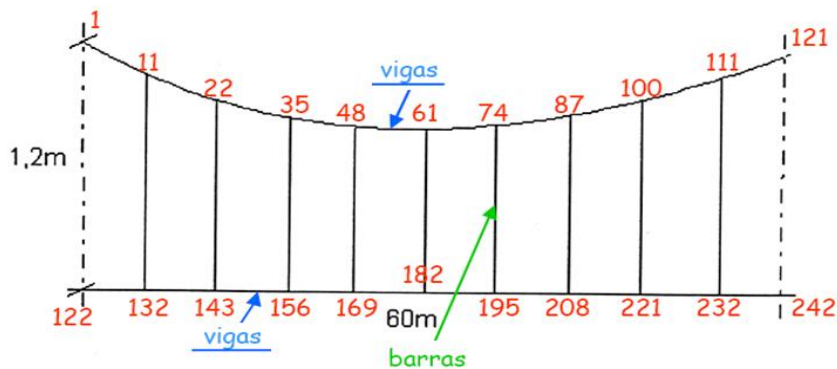


Figura 11.26: Catenaria modelizada con ferro47.m [2].

El programa CATFLEX.m desarrollado permite el estudio de un número entero de vanos de 60 metros de longitud, con 9 péndolas cada uno. El hilo sustentador y de contacto se simulan mediante elementos tipo barra pretensada [2, 57]. Las péndolas se simulan mediante elementos tipo viga de 6 g.d.l. Al igual que en el programa CATRIG.m se puede emplear cualquier velocidad de circulación e introducir las características mecánicas del pantógrafo. De esta forma, un tramo genérico en estudio estará formado por un número “m” de vanos de 60 m, tal como se muestra en la figura siguiente:

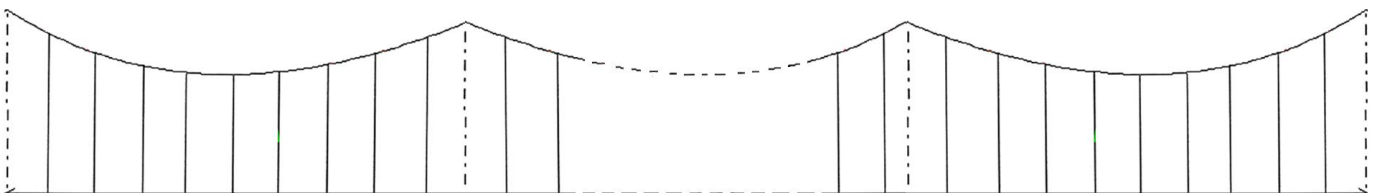


Figura 11.27: Catenaria modelizada con CATFLEX.m.

Los parámetros de entrada del programa solicitados en pantalla son los siguientes:

```
%*****PARÁMETROS DE LA SIMULACIÓN.
```

```
VEL=input('VELOCIDAD DEL TREN (km/h) = ');
```



```
%*****GEOMETRÍA DEL LA CATENARIA.

m=input('NÚMERO DE VANOS DE 60 METROS QUE COMPONEN LA CATENARIA = ');

tipo=input('CATENARIA SIMULADA, INTRODUCIR "160" PARA EL MODELO CR160, "220" PARA EL MODELO CR220, "250" PARA EL
MODELO Re250, "350" PARA EL TIPO AE350 Y "0" PARA UNA CATENARIA GENÉRICA = ');

Psus=input('TENSIÓN MECÁNICA APLICADA EN EL HILO SUSTENTADOR (N/m) = ');

Pcon=input('TENSIÓN MECÁNICA APLICADA EN EL HILO DE CONTACTO (N/m) = ');

Para una catenaria genérica:

Dsus=input('DENSIDAD DEL HILO SUSTENTADOR (kg/m^3) = ');

Esus=input('MÓDULO ELÁSTICO DEL HILO SUSTENTADOR (GPa) = ');

Gsus=input('MÓDULO ELÁSTICO DE CORTADURA DEL HILO SUSTENTADOR (GPa) = ');

Dcon=input('DENSIDAD DEL HILO DE CONTACTO (kg/m^3) = ');

Econ=input('MÓDULO ELÁSTICO DEL HILO DE CONTACTO (GPa) = ');

Gcon=input('MÓDULO ELÁSTICO DE CORTADURA DEL HILO DE CONTACTO (GPa) = ');

Apen=input('SECCIÓN DE LA PÉNDOLA (mm^2) = ');

Epen=input('MÓDULO ELÁSTICO DE LA PÉNDOLA (GPa) = ');

Dpen=input('DENSIDAD DE LA PÉNDOLA (kg/m^3) = ');

%*****DATOS DEL PANTÓGRAFO.

m1=input('MASA TOTAL DE LA MESILLA (kg) = ');

m2=input('MASA DE LOS BRAZOS (kg) = ');

m3=input('MASA DEL BASTIDOR (kg) = ');

k1=input('RIGIDEZ DE LA MESILLA (N/m) = ');

k2=input('RIGIDEZ DE LOS BRAZOS DEL PANTÓGRAFO (N/m) = ');

k3=input('RIGIDEZ DEL BASTIDOR (N/m) = ');

c3=input('COEFICIENTE DE AMORTIGUACIÓN DEL PANTÓGRAFO (Ns/m) = ');

FE=input('FUERZA ESTÁTICA (daN) = ');

kaero=input('COEFICIENTE AERODINÁMICO = ');
```

Como puede verse, el programa contiene los datos de cuatro tipos diferentes de catenaria empleadas por RENFE/Adif, modelos CR160, CR220, Re250 y AE350. Puede generarse una catenaria con datos introducidos directamente por el usuario mediante la elección de **catenaria tipo 0**. Esta variable permite así mismo realizar un análisis de sensibilidad sobre las catenarias existentes, variando por ejemplo las tensiones o secciones de los hilos que la conforman para mejorar el contacto dinámico, disminuir despegues o reducir valores de la fuerza excesivos. Los resultados obtenidos cuando se emplean las catenarias Re250 y AE350 han de tomarse como aproximados, ya que estas catenarias disponen péndolas en Y en los apoyos que no se han tenido en cuenta.

El pantógrafo está modelado como un sistema de masas puntuales, pudiendo introducir el valor de la masa de la mesilla, de los brazos y del bastidor, la rigidez de cada uno de ellos y el valor de la amortiguación. La fuerza estática la ejercen los brazos del pantógrafo, mientras que la fuerza aerodinámica calculada con el coeficiente aerodinámico y la velocidad de circulación elegidas por el usuario se ejerce en la mesilla (ver figura 11.4). Las matrices masa, rigidez y amortiguamiento del pantógrafo se ensamblan en la matriz global mediante el proceso visto en 11.2 “Acoplamiento del sistema”.

El programa está limitado al considerar siempre que el punto de contacto del pantógrafo con la catenaria se produce en un nodo de la discretización [2]. Para que se cumpla esta limitación, es necesario establecer una relación entre la velocidad de circulación que se le impone al tren y el paso de integración de las ecuaciones diferenciales:

$$\text{Paso de integración} = \frac{0,5 (\text{longitud del elemento finito}, m)}{v (\text{velocidad del tren}, m/s)}$$

$$\text{Tiempo total de simulación} = \frac{60 * m (\text{longitud del vano}, m)}{v (\text{velocidad del tren}, m/s)}$$

De esta forma, únicamente es necesario introducir la velocidad de circulación del tren en km/h y el número de vanos “m” que componen la catenaria, ya que el paso de integración y el tiempo total de simulación (tiempo en recorrer el vano) son calculados por el programa.

11.5.1 COMPARACIÓN DE RESULTADOS.

Para verificar el programa CATFLEX.m se han llevado a cabo las simulaciones realizadas con el programa “ferro47.m”, a fin de comprobar los resultados obtenidos, y que muestran el comportamiento del pantógrafo bajo catenaria flexible. Aunque los programas representan $\lambda = -F_{\text{contacto}}$ en N, se calcula el valor de las fuerzas de contacto en + daN, para dar continuidad a la notación empleada en anteriores capítulos.

Es importante indicar que las masas del pantógrafo empleado no corresponden con valores reales. La siguiente tabla muestra estos valores, frente al rango de masas aproximado entre los que se encuentran realmente:

	Datos originales	Rango de datos real
m_{mesilla} (kg)	5	(10 ~ 20)
$m_{\text{de los brazos}}$ (kg)	15	(30 ~ 40)
$m_{\text{del bastidor}}$ (kg)	15	(30 ~ 50)

Tabla 11.8: Comparación de masas del pantógrafo simulado.

11.5.1.1 PRIMERA SIMULACIÓN.

ferro47.m	CATFLEX.m
$v = 40 \text{ m/s}$	$v = 144 \text{ km/h}$
$t_{\text{simulación}} = 1,5 \text{ s}$	$t_{\text{simulación}} = 1,5 \text{ s}$
$\text{paso}_{\text{integr.}} = 0,0125 \text{ s}$	$\text{paso}_{\text{integr.}} = 0,0125 \text{ s}$
Únicamente fuerza estática, $F = 16 \text{ daN}$	

Tabla 11.9: Parámetros dinámicos de la simulación.

	Sección (mm ²)	Tensión (N)
Hilo sustentador	95	15.000
Hilo de contacto	150	31.500
Péndola	25	

Tabla 11.10: Catenaria, primera simulación.

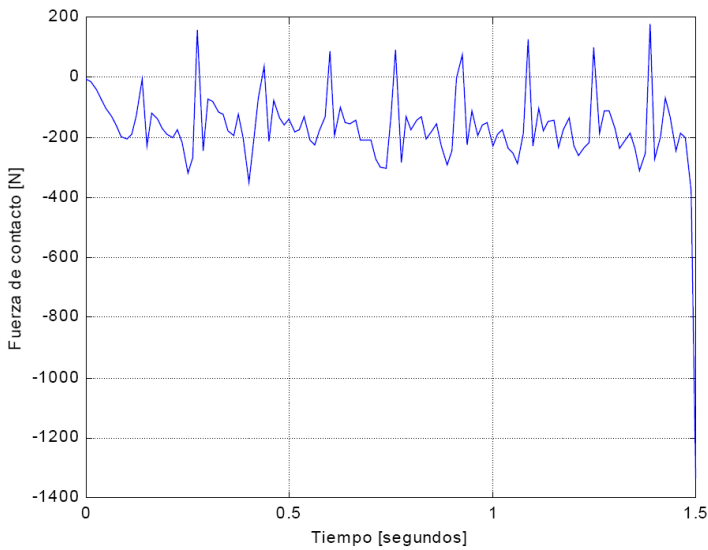


Figura 11.28: Fuerza de contacto frente al tiempo. ferro47.m [2].

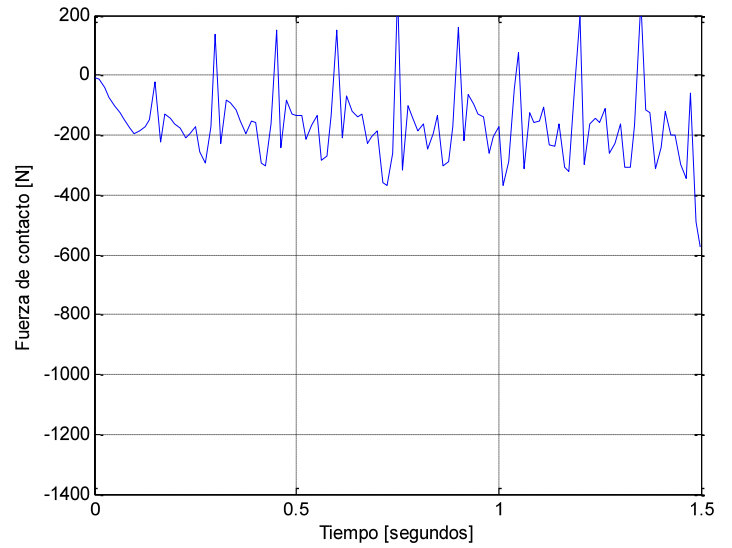


Figura 11.29: Fuerza de contacto frente al tiempo. CATFLEX.m.

Las figuras 11.28 y 11.29 muestran un comportamiento similar, produciéndose los despegues en los mismos instantes de tiempo independientemente del programa empleado. La fuerza media de contacto obtenida en Excel empleando el programa ferro47.m es 16,37 daN; con el programa CATFLEX.m este valor es 16,10 daN.

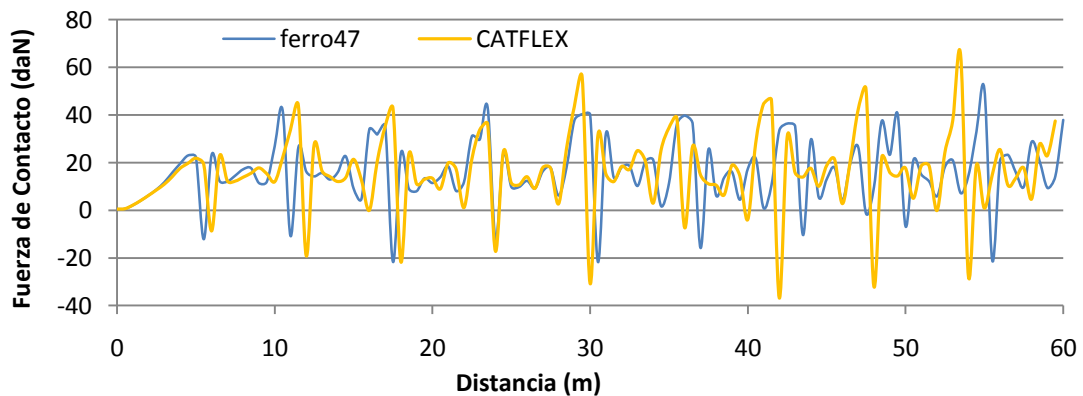


Figura 11.30: Comparación de las gráficas de fuerza obtenidas con ambos programas.

11.5.1.2 SEGUNDA SIMULACIÓN.

ferro47.m	CATFLEX.m
$v = 40 \text{ m/s}$	$v = 144 \text{ km/h}$
$t_{\text{simulación}} = 1,5 \text{ s}$	$t_{\text{simulación}} = 1,5 \text{ s}$
$\text{paso}_{\text{integr.}} = 0,0125 \text{ s}$	$\text{paso}_{\text{integr.}} = 0,0125 \text{ s}$
Únicamente fuerza estática, $F = 16 \text{ daN}$	

Tabla 11.11: Parámetros dinámicos de la simulación.

	Sección (mm ²)	Tensión (N)
Hilo sustentador	95	21.000
Hilo de contacto	150	31.500
Péndola	25	

Tabla 11.12: Catenaria, segunda simulación.

En la segunda simulación se mantienen todos los parámetros empleados en la primera, salvo la tensión del hilo sustentador, que aumenta hasta 21.000 N.

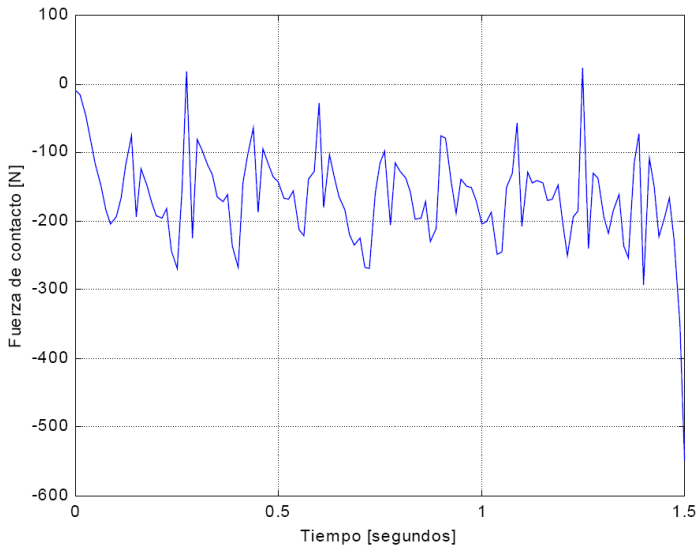


Figura 11.31: Fuerza de contacto frente al tiempo. ferro47.m [2].

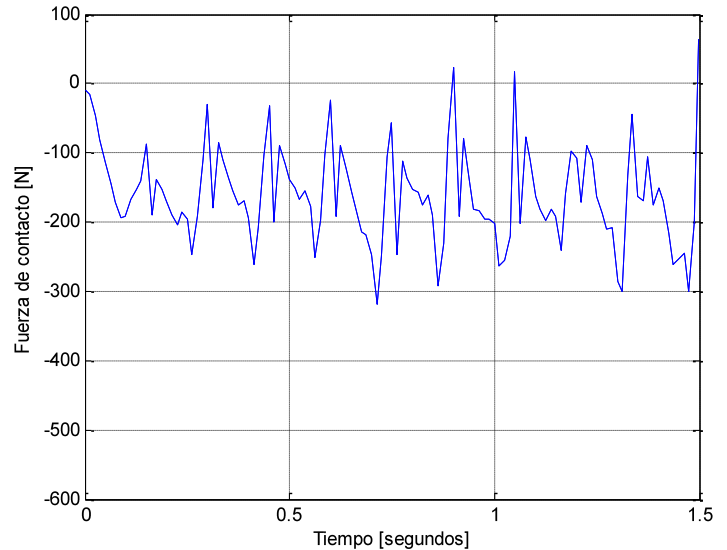


Figura 11.32: Fuerza de contacto frente al tiempo. CATFLEX.m.

El aumento de la tensión del sustentador disminuye el número de despegues y mejora el contacto dinámico. La fuerza media de contacto obtenida en Excel empleando el programa ferro47.m es 16,16 daN; con el programa CATFLEX.m este valor es 16,32 daN.

Ambas simulaciones ofrecen resultados semejantes, por lo que se empleará el programa CATFLEX.m en los cálculos posteriores. Aunque los resultados obtenidos sean correctos, el uso del programa ha de considerarse como experimental o de nivel académico, ya que el empleo de un modelo bidimensional en el que no se tiene en cuenta el descentramiento, la influencia del aire, etc no podría, en principio, ser extendido a modelos industriales. Sin embargo, en base a programas similares se han desarrollado aplicaciones industriales en Matlab, como [33, 46, 57, 59], que generan la geometría tridimensional y permiten tener en cuenta todos los factores que afectan al comportamiento del pantógrafo durante la captación.

11.5.2 COMPORTAMIENTO DEL PANTÓGRAFO BAJO CATENARIA FLEXIBLE.

Tras analizar el programa desarrollado, se llevan a cabo una serie de simulaciones con las cuatro catenarias almacenadas (Anexo 14.1 “*Catenarias Renfe/Adif*”) y los pantógrafos indicados en la tabla 11.13, para comprobar si los valores de fuerza se encuentran dentro del rango adecuado de funcionamiento. Posteriormente se realizarán diversas simulaciones para analizar la influencia de la variación de parámetros como las secciones, tensiones, masas y rigideces.

	AM 32 AV	Schunk WBL 85-12	Faiveley GPU
$m_{mesilla} = m_1$ (kg)	15,5	17,2	15
$m_{de\ los\ brazos} = m_2$ (kg)	68,5	66,5	64
$m_{del\ bastidor} = m_3$ (kg)	160	42,3	60
$K_{mesilla}$ (N/m)	5890	20480	9009
K_{brazos} (N/m)	2600	5200	4500
$K_{bastidor}$ (N/m)	2	40	10
Amortiguación (Ns/m)	110	95	95
F_t (kg ~ daN)	9	10	7
$K_{aerodinámico}$ (kg · s ² /m)	0,000318	0,000095	0,00009734

Tabla 11.13: Pantógrafos.

11.5.2.1 CATENARIA CR160 – PANTÓGRAFO AM 32 AV.

Simulación 1.

La primera simulación se lleva a cabo los datos originales de la catenaria y el pantógrafo, sin tener en cuenta el efecto aerodinámico de éste último.

Tramo de 60 m (un vano).

Velocidad: 180 km/h.

$K_{Aerodinámico} = 0$

Fuerza estática: 9 daN.

Tensión aplicada en el hilo de contacto: 19.600 N.

Tensión aplicada en el hilo sustentador: 13.475 N.

$t_{resolución} \sim 3'$

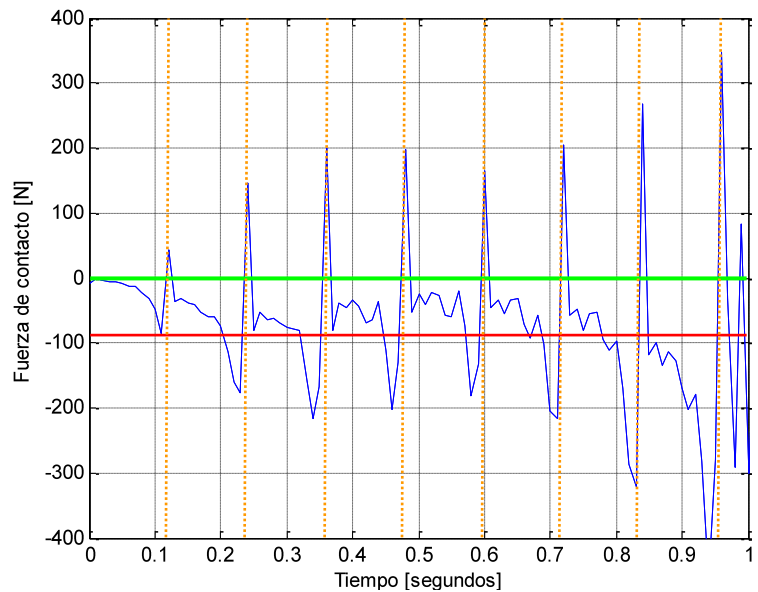


Figura 11.33: Fuerza de contacto frente al tiempo: CR160 – AM 32 AV, simulación 1.

La gráfica 11.33 muestra la evolución de la fuerza de contacto durante el tiempo que el pantógrafo tarda en atravesar el vano. Los despegues son continuos, ya que la curva sobrepasa la línea verde que indica $F = 0$ daN, siendo por tanto una captación de corriente ineficiente.

La línea roja de la figura indica el valor de la fuerza estática de contacto, $F_{\text{estática}} = 9$ daN. Un posterior tratamiento en Excel de los datos permite calcular el valor de la fuerza media generada durante la simulación. Este valor es de $-103,88 \text{ N} \cong -10,4$ daN, teniendo en cuenta que se trabaja con el valor de la fuerza de contacto con signo negativo.

El vano estudiado tiene 9 péndolas entre apoyos, situadas cada 6 m. Siendo la velocidad de circulación 180 km/h, el paso de tiempo por cada péndola es de $t = 6/(180/3,6) \cdot i = 0,12 \cdot i$, siendo i el número de péndolas. De esta forma:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t (s)	0,12	0,24	0,36	0,48	0,60	0,72	0,84	0,96	1,08

Como se observa en la figura 11.33, las líneas verticales naranjas que indican el instante de despegue coinciden con el punto en el que el pantógrafo pasa bajo la péndola, en el que la rigidez aumenta debido al elemento de unión entre el sustentador y el hilo conductor.

Simulación 2.

En este caso se ha aumentado la tensión en los hilos sustentador y de contacto; la velocidad de circulación se ha disminuido en 30 km/h.

Tramo de 60 m (un vano).

Velocidad: 150 km/h.

$K_{\text{Aerodinámico}} = 0$

Fuerza estática: 9 daN.

Tensión aplicada en el hilo de contacto: 22.000 N.

Tensión aplicada en el hilo sustentador: 16.000 N.

$t_{\text{resolución}} \sim 3'$

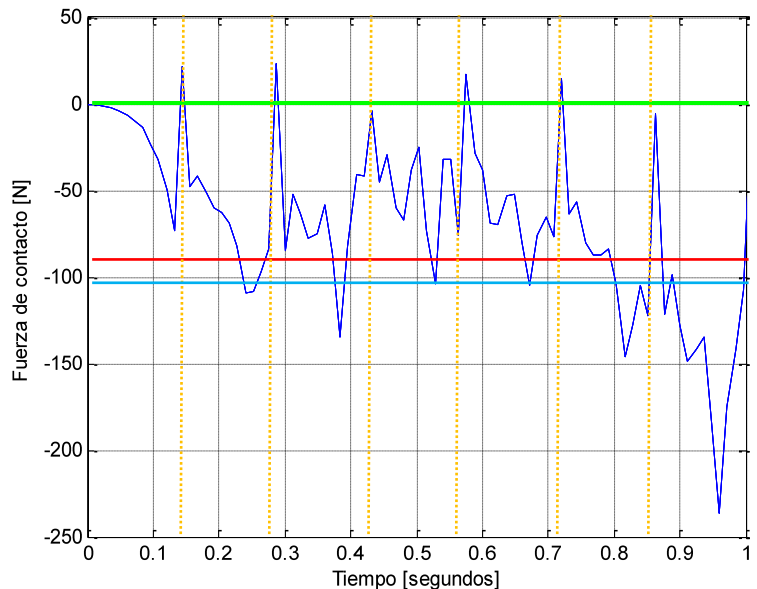


Figura 11.34: Fuerza de contacto frente al tiempo:
CR160 – AM 32 AV, simulación 2.

La línea roja de la figura 11.34 indica el valor de la fuerza estática de contacto, de valor $F_{\text{estática}} = 9$ daN. La fuerza media durante la simulación, obtenida en Excel, es de $-104,15 \text{ N} \cong -10,4$ daN. Esta fuerza se indica en la gráfica con una línea azul.

Dado que la velocidad de circulación es 150 km/h, el paso de tiempo por cada péndola es de $t = 6/(150/3,6) \cdot i = 0,144 \cdot i$, siendo i el número de péndola. Por tanto:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t (s)	0,144	0,288	0,432	0,576	0,72	0,864	1,008	1,152	1,296

Las líneas verticales naranjas que indican el instante de despegue coinciden nuevamente con el punto en el que el pantógrafo pasa bajo la péndola, aunque en este caso el número de pérdidas de contacto es menor, así como el valor de la fuerza en esos nodos. El número de despegues disminuye respecto al caso anterior, mejorando las condiciones de captación de corriente. Comparando los casos 1 y 2 puede concluirse que el aumento de tensión y disminución de la velocidad mejoran el contacto.

Simulación 3.

En esta tercera simulación se mantienen los valores de tensión en los hilos de la catenaria iguales al primer caso, descendiendo la velocidad de 180 a 100 km/h.

Tramo de 60 m (un vano).

Velocidad: 100 km/h.

$K_{\text{Aerodinámico}} = 0,000318 \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}$.

Fuerza estática: 9 daN.

Tensión aplicada en el hilo de contacto: 19.600 N.

Tensión aplicada en el hilo sustentador: 13.475 N.

$t_{\text{resolución}} \sim 3'$

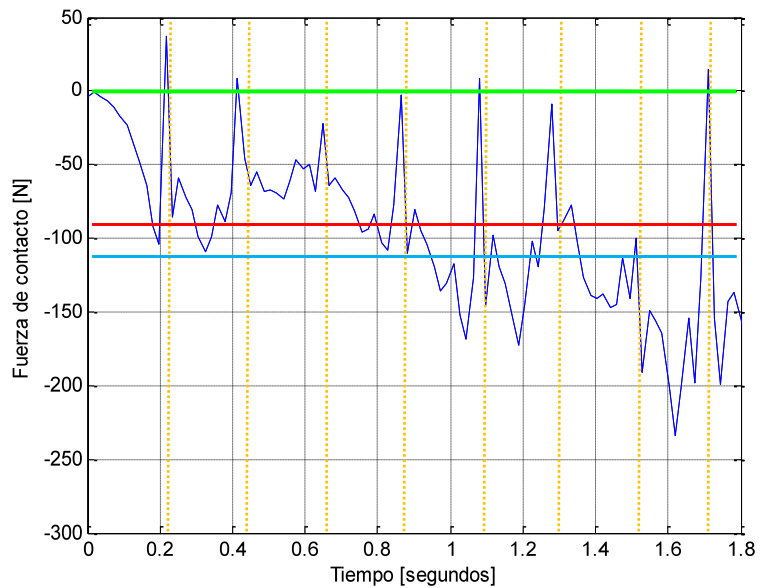


Figura 11.35: Fuerza de contacto frente al tiempo: CR160 – AM 32 AV, simulación 3.

El valor de la fuerza media calculada con Excel es de $-109,49 \text{ N} \cong -11 \text{ daN}$ (línea horizontal azul). La fuerza ejercida por el pantógrafo durante la simulación, teniendo en cuenta la velocidad y el coeficiente aerodinámico, es $F = 9 + 0,000318 \cdot 100^2 = 12,18 \text{ daN}$. Las líneas verticales naranjas que indican el paso de tiempo bajo la péndola se sitúan en los instantes ($t = 6/(100/3,6) \cdot i = 0,216 \cdot i$), produciéndose un menor número de despegues:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t (s)	0,216	0,432	0,648	0,864	1,08	1,296	1,512	1,728	1,944

11.5.2.2 CATENARIA CR220 – PANTÓGRAFO Schunk WBL 85-12.

Simulación 1.

En esta simulación se emplean los datos originales de la catenaria y el pantógrafo, incluyendo el factor aerodinámico de la mesilla. La gráfica 11.36 muestra la evolución de la fuerza de contacto durante el tiempo que el pantógrafo tarda en atravesar el vano.

Tramo de 60 m (un vano).

Velocidad: 160 km/h.

$K_{\text{Aerodinámico}} = 0,000095 \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}$.

Fuerza estática: 10 daN.

Tensión aplicada en el hilo de contacto: 25.000 N.

Tensión aplicada en el hilo sustentador: 25.000 N.

$t_{\text{resolución}} \sim 3'$

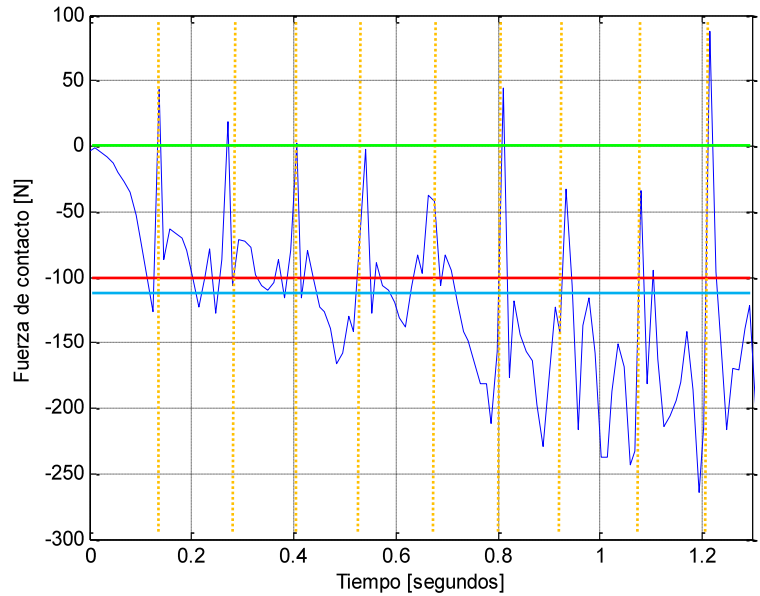


Figura 11.36: Fuerza de contacto frente al tiempo: CR220 – Schunk WBL 85-12, simulación 1.

La línea roja de la figura indica el valor de la fuerza estática de contacto, de valor 10 daN. La fuerza media durante la simulación obtenida con Excel es $-115,78 \text{ N} \cong -11,6 \text{ daN}$ (línea azul). La fuerza ejercida por el pantógrafo teniendo en cuenta el coeficiente aerodinámico es $F = 10 + 0,000095 \cdot 160^2 = 12,43 \text{ daN}$.

El vano estudiado tiene 9 péndolas entre apoyos, situadas cada 6 m. Siendo la velocidad de circulación 160 km/h, el paso de tiempo por cada péndola es de $t = 6/(160/3,6) \cdot i = 0,135 \cdot i$, siendo i el número de péndolas. De esta forma:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t (s)	0,135	0,27	0,405	0,54	0,675	0,81	0,945	1,08	1,215

Los valores resaltados en naranja corresponden a aquellos instantes donde se produce despegue; se observa que éste no ocurre al paso por todas las péndolas.

En comparación con las simulaciones del apartado 11.5.2.1 “Catenaria CR160 – Pantógrafo AM 32 AV”, circulando a una velocidad de 160 km/h manteniendo las tensiones en sus valores originales en la catenaria CR220 produce un contacto adecuado similar al visto en este apartado 1.

Simulación 2.

Los parámetros mecánicos y dinámicos de el pantógrafo y la catenaria en esta segunda simulación son iguales a la anterior, salvo en el empleo de tres vanos.

Tramo de 180 m (3 vanos).

Velocidad: 160 km/h.

$$K_{\text{Aerodinámico}} = 9,5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

Fuerza estática: 10 daN.

Tensión aplicada en el hilo de contacto: 25.000 N.

Tensión aplicada en el hilo sustentador: 25.000 N.

$t_{\text{resolución}} \sim 120'$

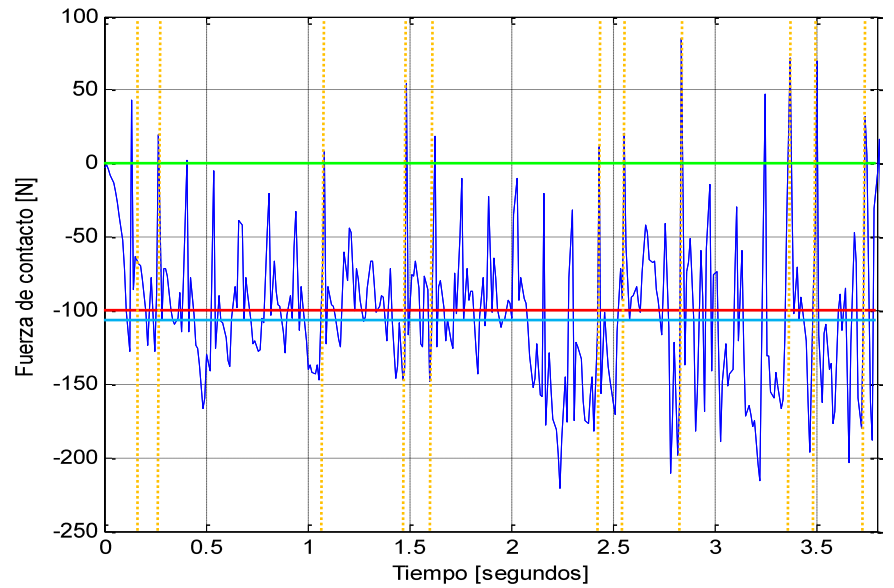


Figura 11.37: Fuerza de contacto frente al tiempo: CR220 – Schunk WBL 85-12, simulación 2.

La línea roja de la figura 11.37 indica el valor de la fuerza estática de contacto, de valor 10 daN. La fuerza media durante la simulación obtenida con Excel es $-100,55 \text{ N} \cong -10,05 \text{ daN}$ (línea azul). La fuerza ejercida por el pantógrafo teniendo en cuenta el coeficiente aerodinámico es $F = 10 + 0,000095 \cdot 160^2 = 12,43 \text{ daN}$.

El vano estudiado tiene 27 péndolas entre apoyos, situadas cada 6 m. Siendo la velocidad de circulación 160 km/h, el paso de tiempo por cada péndola es de $t = 6/(160/3,6) \cdot i = 0,135 \cdot i$, siendo i el número de péndolas. De esta forma:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t (s)	0,135	0,27	0,405	0,54	0,675	0,81	0,945	1,08	1,215

i	10	11	12	13	14	15	16	17	18
t (s)	1,35	1,485	1,62	1,755	1,89	2,025	2,16	2,295	2,43

i	19	20	21	22	23	24	25	26	27
t (s)	2,565	2,7	2,835	2,97	3,105	3,24	3,375	3,51	3,645

Tabla 11.14: Instantes de paso por las péndolas.

En la figura 11.37 se han situado líneas verticales en aquellos instantes en los que el gráfico de fuerzas atraviesa la línea de 0 daN, es decir, cuando se produce un despegue. Como puede observarse, estos despegues corresponden al paso por las péndolas indicadas en la tabla 11.14.

Simulación 3.

En esta simulación se emplean los mismos parámetros que en la simulación 1, salvo el aumento de la tensión en el hilo de sustentador de 25.000 a 28.000 N.

Tramo de 60 m (1 vano).

Velocidad: 160 km/h.

$K_{\text{Aerodinámico}} = 0,000095 \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}$.

Fuerza estática: 10 daN.

Tensión aplicada en el hilo de contacto: 25.000 N.

Tensión aplicada en el hilo sustentador: 28.000 N.

$t_{\text{resolución}} \sim 4'$

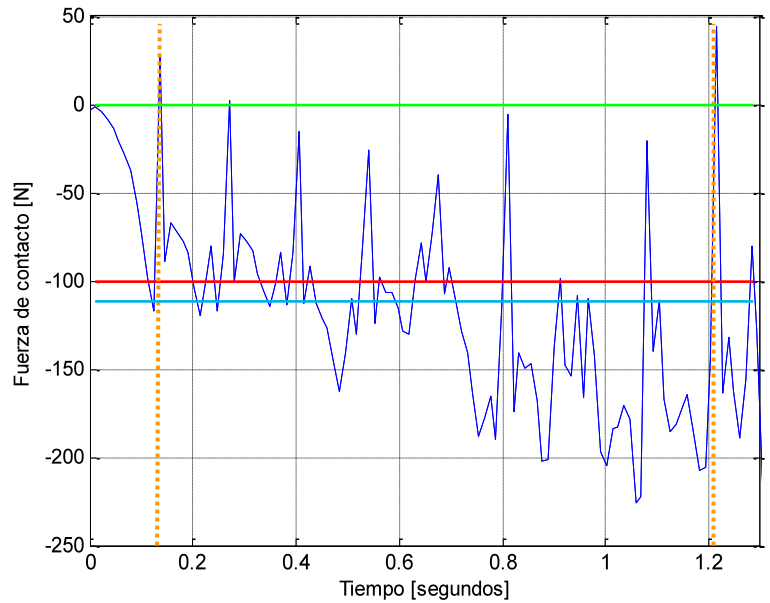


Figura 11.38: Fuerza de contacto frente al tiempo: CR220 – Schunk WBL 85-12, simulación 3.

El valor de la fuerza media obtenida con Excel es $-111,75 \text{ N} \cong -11,2 \text{ daN}$ (línea azul). La fuerza ejercida por el pantógrafo teniendo en cuenta el coeficiente aerodinámico es $F = 12,43 \text{ daN}$, considerando la fuerza estática y aerodinámica.

El despegue del pantógrafo se produce al paso por las péndolas señaladas en la siguiente tabla:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t (s)	0,135	0,27	0,405	0,54	0,675	0,81	0,945	1,08	1,215

Tabla 11.15: Instantes de paso por las péndolas.

Como puede observarse, comparando la tabla 11.15 con la de la simulación 1, los despegues se han reducido $\frac{1}{3}$ pasando de 6 a 2, producidos únicamente al paso por la péndola inicial y final del vano.

Comparando los casos 1 y 2 con el caso 3 puede concluirse que el aumento de tensión de los hilos de la catenaria disminuye los arcos eléctricos producidos. Las gráficas 11.36 y 11.38 muestran un comportamiento similar de la fuerza de contacto, si bien esta última sobrepasa únicamente la línea $F = 0 \text{ N}$ en dos ocasiones.

Simulación 4.

Se simulan dos vanos de catenaria, aumentando la tensión en los hilos sustentador y de contacto simultáneamente respecto a los valores iniciales.

Tramo de 120 m (2 vanos).

Velocidad: 160 km/h.

$K_{\text{Aerodinámico}} = 0,000095 \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{m}$.

Fuerza estática: 10 daN.

Tensión aplicada en el hilo de contacto: 26.500 N.

Tensión aplicada en el hilo sustentador: 28.000 N.

$t_{\text{resolución}} \sim 35'$

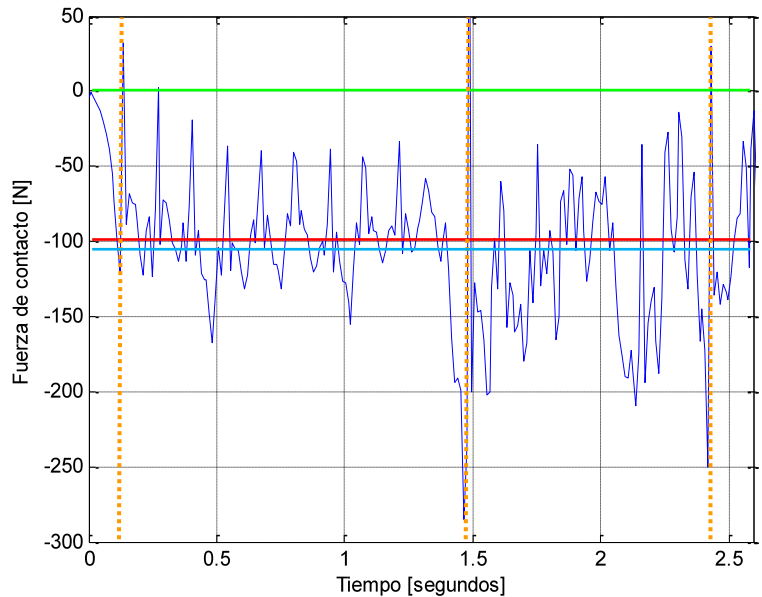


Figura 11.39: Fuerza de contacto frente al tiempo: CR220 – Schunk WBL 85-12, simulación 4.

La fuerza ejercida por el pantógrafo es $F = 12,43 \text{ daN}$, considerando la fuerza estática y aerodinámica. El valor de la fuerza media obtenida con Excel es $-105,87 \text{ N} \cong -10,6 \text{ daN}$ (línea azul).

El despegue del pantógrafo se produce al paso por las péndolas señaladas en la siguiente tabla:

i	1		11		18
t (s)	0,135		1,485		2,43

Tabla 11.16: Instantes de paso por las péndolas.

Únicamente se producen tres despegues, en las péndolas inicial, final y la transición entre ambos vanos. Un aumento en la tensión de los hilos de contacto y sustentador simultáneamente disminuye considerablemente el número de despegues entre la mesilla y el hilo de contacto, obteniéndose un contacto adecuado. Los picos de fuerza máxima han de evitarse debido al excesivo desgaste que produce en el hilo de contacto, si bien puede ser originado por situaciones puntuales reales que no pueden simularse por ordenador.

Simulación 5.

Se mantiene una tensión elevada en los hilos de contacto, iguales a las de la simulación 4, aumentando la velocidad a 200 km/h frente a 160 km/h en el caso anterior.

Tramo de 120 m (2 vanos).

Velocidad: 200 km/h.

$$K_{\text{Aerodinámico}} = 9,5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

Fuerza estática: 10 daN.

Tensión aplicada en el hilo de contacto: 26.500 N.

Tensión aplicada en el hilo sustentador: 28.000 N.

$t_{\text{resolución}} \sim 30'$

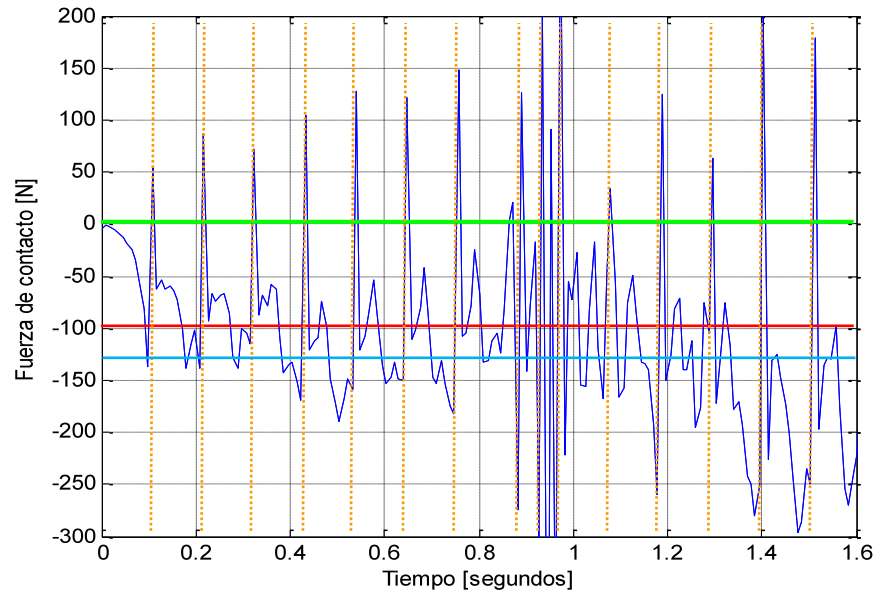


Figura 11.40: Fuerza de contacto frente al tiempo: CR220 – Schunk WBL 85-12, simulación 5.

La línea roja de la figura indica el valor de la fuerza estática de contacto, $F_{\text{estática}} = 10 \text{ daN}$. La fuerza media durante la simulación obtenida con Excel es $-131,73 \text{ N} \cong -13,17 \text{ daN}$ (línea azul). La fuerza ejercida por el pantógrafo teniendo en cuenta el coeficiente aerodinámico es $F = 10 + 0,000095 \cdot 200^2 = 13,8 \text{ daN}$.

El vano estudiado tiene 18 péndolas entre apoyos. Siendo la velocidad de circulación 200 km/h, el instante de tiempo de paso por cada péndola es de $t = 6/(200/3,6) \cdot i = 0,108 \cdot i$, siendo i el número de péndolas:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t (s)	0,108	0,216	0,324	0,432	0,54	0,648	0,756	0,864	0,972

i	10	11	12	13	14	15	16	17	18
t (s)	1,08	1,188	1,296	1,404	1,512	1,62	1,728	1,836	1,944

Tabla 11.17: Instantes de paso por las péndolas.

En la figura 11.40 se muestra cómo los despegues se producen nuevamente al paso bajo las péndolas, habiendo aumentado considerablemente respecto a la simulación 4 (18 despegues frente a 3) como consecuencia del incremento de la velocidad, que ha aumentado en 40 km/h. Por tanto, un aumento de la velocidad de circulación implica incrementar la tensión de los hilos de la catenaria para mantener el número de despegues en un valor aceptable.

11.5.2.3 CATENARIA AE350 – PANTÓGRAFO Faiveley GPU.

Simulación 1.

En esta simulación se emplean los datos originales de la catenaria y el pantógrafo. La gráfica 11.41 muestra la evolución de la fuerza de contacto durante el tiempo que el pantógrafo tarda en atravesar el vano.

Tramo de 60 m (1 vano).

Velocidad: 144 km/h.

$$K_{\text{Aerodinámico}} = 9,734 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

Fuerza estática: 7 daN.

Tensión aplicada en el hilo de contacto: 30.901 N.

Tensión aplicada en el hilo sustentador: 15.450 N.

$t_{\text{resolución}} \sim 3'$

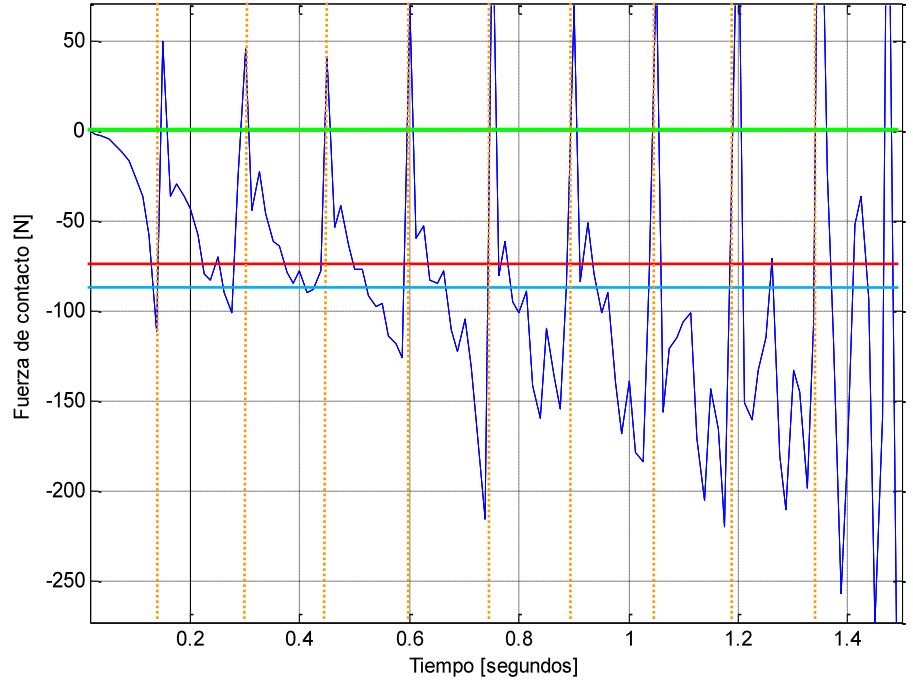


Figura 11.41: Fuerza de contacto frente al tiempo: AE350 – Faiveley GPU, simulación 1.

La línea roja de la figura indica el valor de la fuerza estática de contacto, $F_{\text{estática}} = 7 \text{ daN}$. La fuerza media durante la simulación obtenida con Excel es $-86,33 \text{ N} \cong -8,63 \text{ daN}$ (línea azul). La fuerza ejercida por el pantógrafo teniendo en cuenta el coeficiente aerodinámico es $F = 7 + 0,00009734 \cdot 144^2 = 9,02 \text{ daN}$.

El vano estudiado tiene 9 péndolas entre apoyos, situadas cada 6 m. Siendo la velocidad de circulación 144 km/h, el paso de tiempo por cada péndola es de $t = 6 / (144 / 3,6) \cdot i = 0,15 \cdot i$, siendo i el número de péndolas. De esta forma:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t (s)	0,15	0,30	0,45	0,60	0,75	0,90	1,05	1,20	1,35

En la figura 11.41 se observan los continuos despegues del pantógrafo, localizados al paso bajo las péndolas (puntos donde aumenta la rigidez).

Simulación 2.

En esta simulación se emplean los datos originales del pantógrafo, aumentando la tensión en el hilo sustentador de la catenaria. Se utiliza la misma velocidad que en el caso anterior.

Tramo de 60 m (1 vano).

Velocidad: 144 km/h.

$$K_{\text{Aerodinámico}} = 9,734 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

Fuerza estática: 7 daN.

Tensión aplicada en el hilo de contacto: 30.901 N.

Tensión aplicada en el hilo sustentador: 18.000 N.

$$t_{\text{resolución}} \sim 3'$$

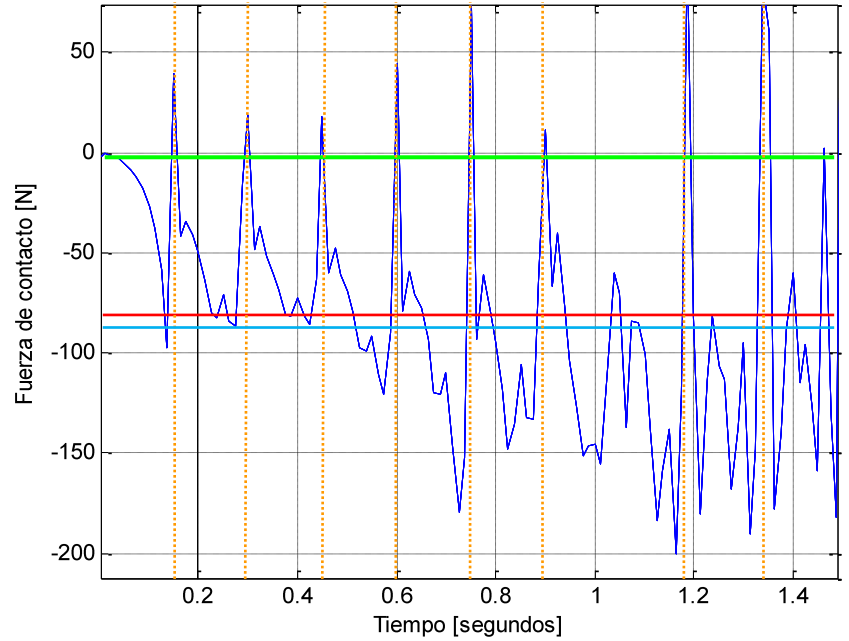


Figura 11.42: Fuerza de contacto frente al tiempo: AE350 – Faiveley GPU, simulación 2.

La línea roja de la figura indica el valor de la fuerza estática de contacto, $F_{\text{estática}} = 7$ daN. La fuerza media durante la simulación obtenida con Excel es $-78,06 \cong -7,81$ daN (línea azul). La fuerza ejercida por el pantógrafo es $F = 7 + 0,00009734 \cdot 144^2 = 9,02$ daN.

El paso de tiempo por cada péndola es de $t = 6/(144/3,6) \cdot i = 0,15 \cdot i$, siendo i el número de péndolas:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t (s)	0,15	0,30	0,45	0,60	0,75	0,90	1,05	1,20	1,35

Aumentando la tensión en el hilo sustentador el valor de la fuerza de contacto disminuye, comparando las gráficas 11.41 y 11.42. Aunque los despegues son elevados el valor de la fuerza alcanzada en estos despegues es inferior respecto al caso anterior, siendo más próximos al valor $F = 0$ daN.

Simulación 3.

Se aumenta la tensión en los hilos sustentador y de contacto simultáneamente, empleando la misma velocidad que en la simulación anterior.

Tramo de 60 m (1 vano).

Velocidad: 144 km/h.

$$K_{\text{Aerodinámico}} = 9,734 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

Fuerza estática: 7 daN.

Tensión aplicada en el hilo de contacto: 32.500 N.

Tensión aplicada en el hilo sustentador: 18.000 N.

$$t_{\text{resolución}} \sim 4'$$

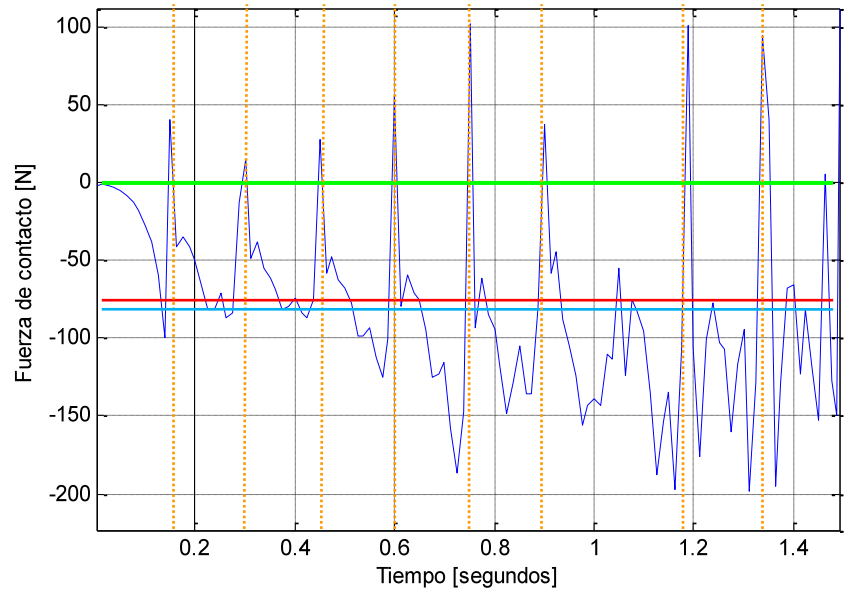


Figura 11.43: Fuerza de contacto frente al tiempo: AE350 – Faiveley GPU, simulación 3.

La línea roja de la figura indica el valor de la fuerza estática de contacto, $F_{\text{estática}} = 7$ daN. La fuerza media durante la simulación obtenida con Excel es $-77,02 \cong -7,70$ daN (línea azul). La fuerza ejercida por el pantógrafo es $F = 7 + 0,00009734 \cdot 144^2 = 9,02$ daN.

El paso de tiempo por cada péndola es de $t = 6/(144/3,6) \cdot i = 0,15 \cdot i$:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t (s)	0,15	0,30	0,45	0,60	0,75	0,90	1,05	1,20	1,35

A pesar de haber aumentado la tensión mecánica en ambos hilos de la catenaria, la gráfica fuerza – tiempo (figura 11.43) es similar a la del caso anterior (figura 11.42). Representando ambas en el mismo gráfico:

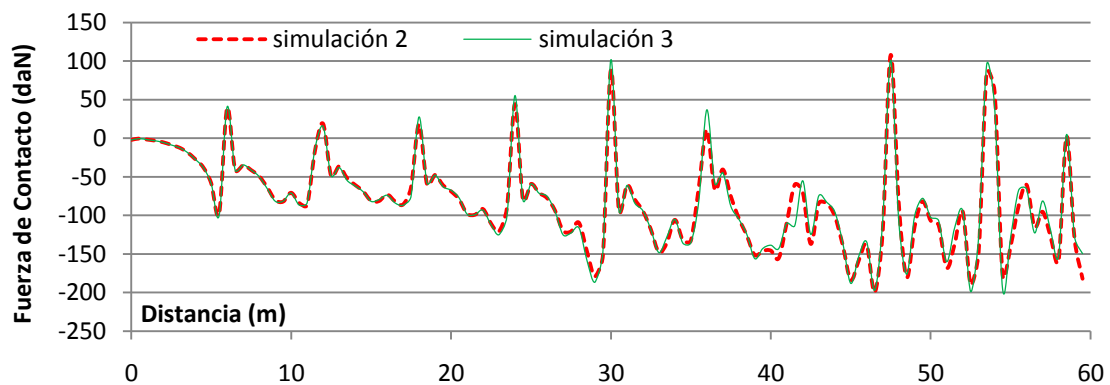


Figura 11.44: Fuerza de contacto, simulaciones 2 y 3.

11.5.3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD, RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

11.5.3.1 CATENARIA CR160 – PANTÓGRAFO AM 32 AV.

Se han realizado un total de 10 simulaciones de contacto del pantógrafo AM 32 AV con la catenaria CR160, siendo las tres primeras las analizadas en el apartado 11.5.2.1 “Catenaria CR160 – Pantógrafo AM 32 AV”.

Exportando a Excel los resultados de la fuerza de contacto de las simulaciones 1, 2 y 3, puede compararse el valor de dicha fuerza en función de los parámetros introducidos y modificados. El vano en estudio es de 60 m, siendo el resto de datos:

Simulación	v (km/h)	$F_{\text{est}} + K_{\text{aaero}} v^2$ (daN)	F (Excel)(daN)	$T_{\text{hilo contacto}}$ (N)	$T_{\text{sustentador}}$ (N)
1	180	9	-10,388	19.600	13.475
2	150	9	-10,415	22.000	16.000
3	100	12,18	-10,949	19.600	13.475

Tabla 11.18: Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.

La gráfica 11.45 representa las tres fuerzas de contacto en función de la distancia recorrida:

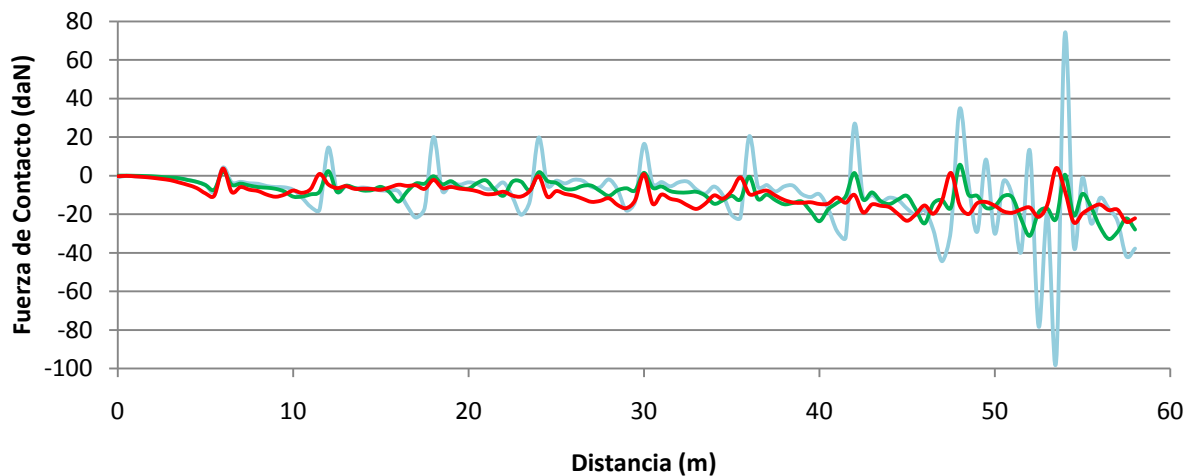


Figura 11.45: Fuerza (daN) – Distancia (m) Cat. CR160 – Pant. AM 32 AV.

Puede observarse, en primer lugar, cómo el descenso progresivo de la velocidad de circulación ($v_1 > v_2 > v_3$) disminuye el valor de la fuerza de contacto, de forma que en el caso 3 puede circularse prácticamente sin despegues sin necesidad de aumentar la tensión de los hilos respecto a sus valores iniciales.

A la velocidad v_1 , superior a la máxima admitida por la catenaria CR160, la fuerza de contacto es excesiva, ya que se alcanzan valores próximos a 100 daN, mientras que en el caso 2 la fuerza máxima es aproximadamente 30 daN. El caso 3 presenta las mejores condiciones de contacto, ya que la fuerza no supera el valor de 25 daN.

Manteniendo las tensiones en los hilos de contacto y aumentando la velocidad, el número de despegues se incrementa notablemente.

Simulación	v (km/h)	$F_{est} + K_{aaero} v^2$ (daN)	F (Excel)(daN)	$T_{hilo\ contacto}$ (N)	$T_{sustentador}$ (N)
3	100	12,18	-10,949	19.600	13.475
4	125	13,96	-12,499	19.600	13.475
5	150	16,155	-10,880	19.600	13.475

Tabla 11.19: Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.

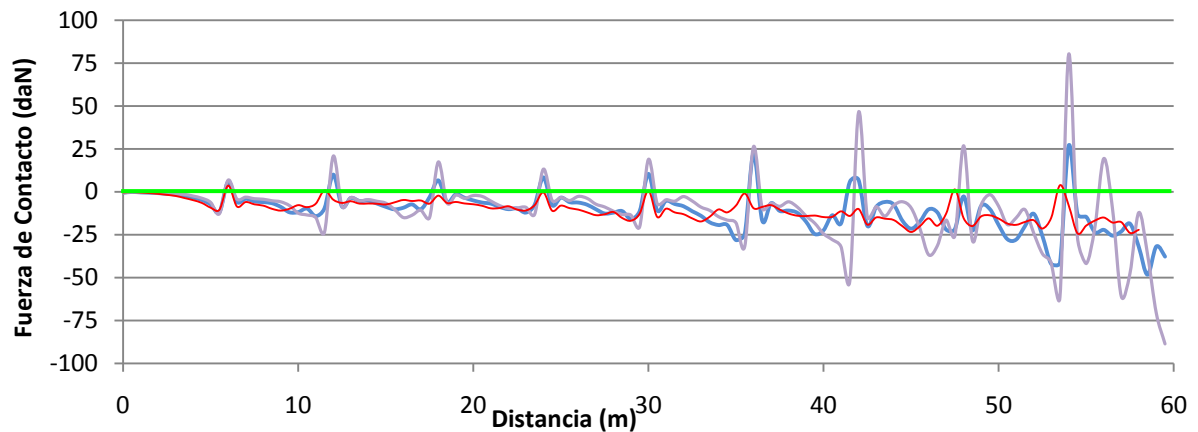


Figura 11.46: Fuerza (daN) – Distancia (m) Cat. CR160 – Pant. AM 32 AV; $\uparrow v$ (km/h).

En gráfica 11.46, correspondiente a las simulaciones 3, 4 y 5 de la tabla 11.19, se observa cómo un aumento de la velocidad en 50 km/h (curva morada) conduce a un contacto con continuos despegues, frente a la curva roja en la que el contacto es adecuado. Para una velocidad intermedia entre ambas curvas, 125 km/h, se producen despegues en menor número que a 150 km/h, si bien el contacto es igualmente inadecuado.

Las simulaciones 4, 6, 7 y 8 se han realizado a 125 km/h, variando la fuerza estática del pantógrafo y la tensión en los hilos de la catenaria.

Simulación	F_{est} (daN)	$F_{est} + K_{aaero} v^2$ (daN)	F (Excel)(daN)	$T_{hilo\ contacto}$ (N)	$T_{sustentador}$ (N)
4	9	13,96	-12,50	19.600	13.475
6	9	13,96	-12,11	22.000	16.000
7	7,5	12,47	-10,58	19.600	13.475
8	7,5	12,47	-10,17	22.000	16.000

Tabla 11.20: Datos dinámicos de las cuatro simulaciones comparadas.

En las simulaciones 4 y 6 la fuerza estática del pantógrafo se mantiene en el valor original de 9 daN, elevando la tensión de los cables de la catenaria en el caso 6 respecto a los valores iniciales (caso 4). En las simulaciones 7 y 8, el valor de la fuerza estática disminuye a 7,5 daN, empleando los valores de tensión de los casos 4 y 6 respectivamente.

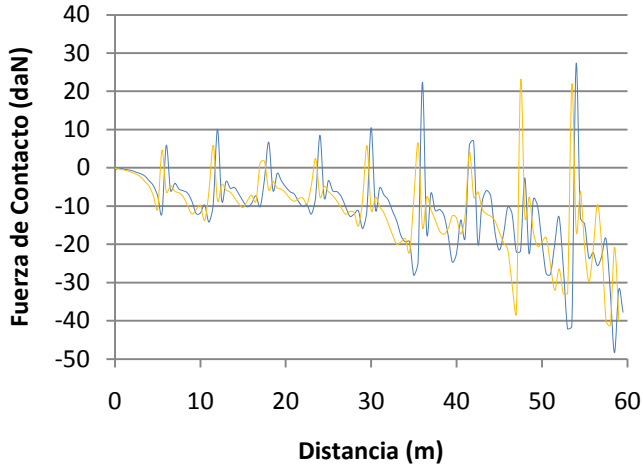


Figura 11.47: Sim. 4 y 6; Igual F_{est} , diferentes tensiones.

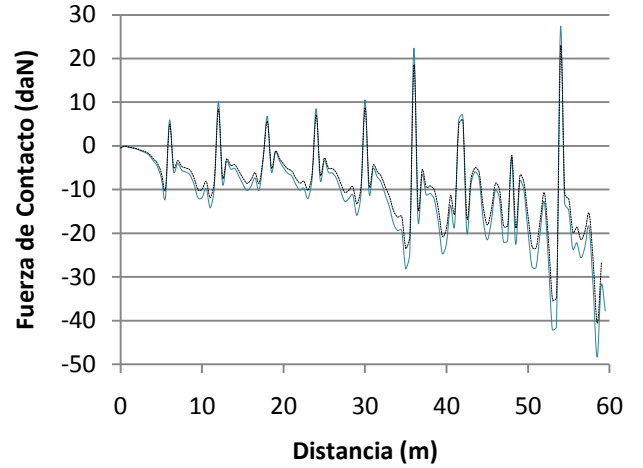


Figura 11.48: Sim 4 y 7; Distinta F_{est} , mismas tensiones.

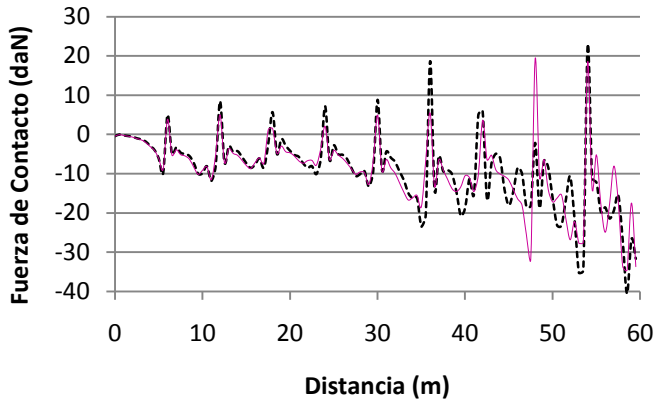


Figura 11.49: Sim. 7 y 8; Igual F_{est} , diferentes tensiones.

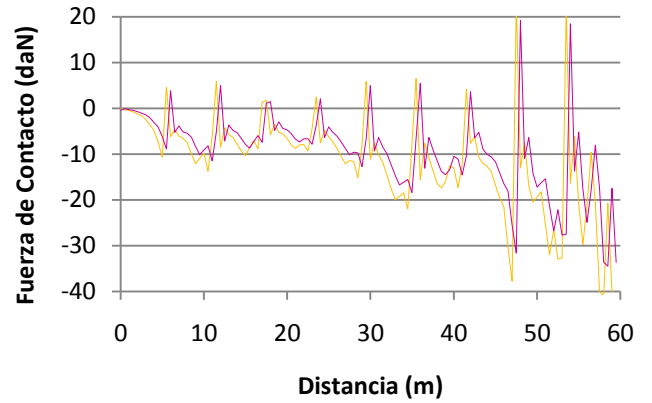


Figura 11.50: Sim. 6 y 8; Distinta F_{est} , mismas tensiones.

En el gráfico 11.47 se observa cómo un aumento simultáneo de la tensión de los hilos sustentador y de contacto disminuye la fuerza de contacto durante la simulación: $F_{caso\ 4} = |-12,50|daN > F_{caso\ 6} = |-12,11|daN$. Comportamiento similar ocurre en la gráfica 11.49, donde $F_{caso\ 7} = |-10,58|daN > F_{caso\ 8} = |-10,17|daN$.

En la gráfica 11.48, empleando una fuerza estática de 7,5 daN (línea negra punteada), los valores de la fuerza de contacto disminuyen proporcionalmente respecto a los obtenidos con la fuerza de 9 daN (línea azul). La tensión en los hilos sustentado y de contacto no se modifica. Realizando el mismo análisis aumentando la tensión de los cables se obtiene un comportamiento similar, gráfica 11.50. El factor de proporcionalidad en ambos casos es aproximadamente igual:

$$\frac{F_{caso\ 4}}{F_{caso\ 7}} = 1,1814 \cong \frac{F_{caso\ 6}}{F_{caso\ 8}} = 1,1907$$

En cualquier caso, a la velocidad de 125 km/h no se produce un contacto adecuado en ninguno de los cuatro casos, debido a los despegues producidos por pérdida de contacto.

El caso 3, gráficas 11.35 y 11.45, muestra un buen comportamiento del pantógrafo AM 32 AV bajo la catenaria CR160. Como se indicó en el apartado 10.4.2.1 “Simulación de velocidad y vía RENFE convencional”, el pantógrafo AM 32 AV lo equipan principalmente las locomotoras series 250, 251 y 269. Éstas, circulando bajo catenaria RENFE CR160 en vía convencional, se encargan del transporte de mercancías a velocidades máximas comprendidas entre 80 - 100 km/h, por lo que es de esperar un comportamiento adecuado sin despegues.

Simulación	v (km/h)	$F_{\text{est}} + K_{\text{aaero}} v^2$ (daN)	F (Excel)(daN)	$T_{\text{hilo contacto}}$ (N)	$T_{\text{sustentador}}$ (N)
3	100	12,18	-10,99	19.600	13.475
9	85	11,30	-10,95	19.600	13.475
10	70	10,55	-9,46	19.600	13.475

Tabla 11.21: Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.

Representando la fuerza de contacto a 70, 85 y 100 km/h se observa un contacto adecuado y con mínimos despegues en los tres casos, si bien para 70 km/h, simulación 10, el contacto se produce sin despegues a lo largo del vano.

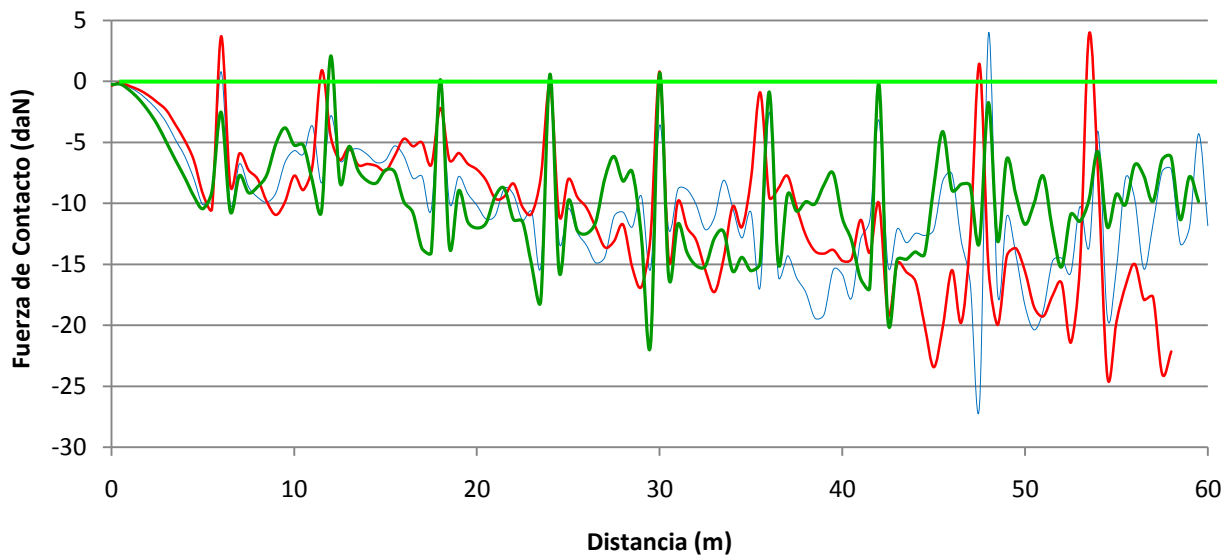


Figura 11.51: Fuerza de contacto para velocidades ≤ 100 km/h; CR160 – Pant. AM 32 AV.

11.5.3.2 CATENARIA CR220 – PANTÓGRAFO Schunk WBL 85-12.

Se han realizado un total de 11 simulaciones de contacto pantógrafo – catenaria, siendo las cinco primeras las analizadas en el apartado 11.5.2.1 “Catenaria CR220 – Pantógrafo Schunk WBL 85-12”.

Para analizar la influencia de la tensión de los hilos de contacto se comparan los resultados de las simulaciones 1, 3 y 4:

Simulación	v (km/h)	$F_{est} + K_{aaero} v^2$ (daN)	F (Excel)(daN)	$T_{hilo\ contacto}$ (N)	$T_{sustentador}$ (N)
1	160	12,43	-11,57	25.000	25.000
3	160	12,43	-11,17	25.000	28.000
4	160	12,43	-10,59	26.500	28.000

Tabla 11.22: Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.

La primera simulación se realiza con los valores de tensión originales de la catenaria. Circulando a 160 km/h se observan despegues durante el contacto, anulándose la fuerza en 6 instantes (curva roja). Aumentando únicamente la tensión del sustentador de 25.000 a 28.000 N, línea verde (simulación 3), los despegues se reducen considerablemente. Un aumento simultáneo de la tensión de ambos hilos mejora el contacto dinámico, ya que la fuerza de contacto se mantiene dentro del rango (3 ~ 16 daN) durante el recorrido completo del vano, salvo en los instantes iniciales (curva naranja, simulación 4). En este caso únicamente se produce un despegue al inicio de la simulación.

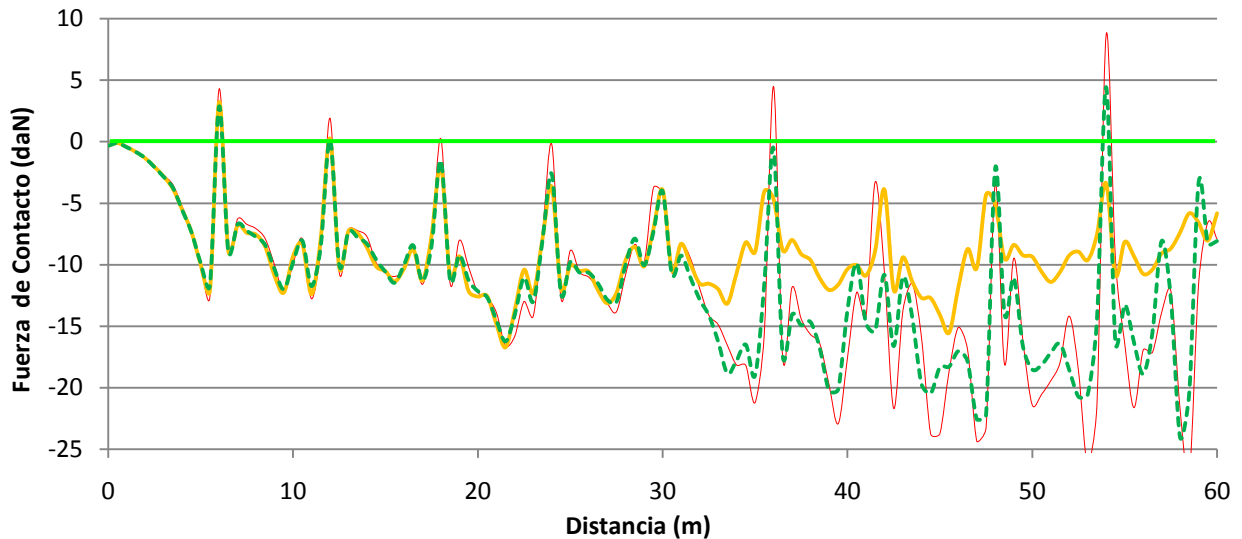


Figura 11.52: Fuerza de contacto a 160 km/h, aumentando la tensión de los hilos, $F_{est} = 10$ daN.

Mientras que la fuerza teórica calculada como suma de la fuerza estática y la aerodinámica se mantiene en las tres simulaciones, el valor medio de la fuerza real ejercida por el pantógrafo sobre el hilo de contacto disminuye a medida que se aumenta la tensión de los hilos de la catenaria.

Manteniendo las tensiones elevadas, velocidades de circulación superiores a 160 km/h presentan condiciones inestables. Por ejemplo, para circular a 180 km/h sin despegues del pantógrafo sería necesario aumentar las tensiones, como mínimo, a los valores empleados en la simulación 6 (30.000 N en el hilo de contacto y 32.000 N en el sustentador). Aun en este caso se producirían despegues.

Simulación	v (km/h)	$F_{est} + K_{aaero} v^2$ (daN)	F (Excel)(daN)	$T_{hilo\ contacto}$ (N)	$T_{sustentador}$ (N)
4	160	12,43	-10,59	26.500	28.000
7	180	13,07	-12,54	26.500	28.000
5	200	13,8	-13,17	26.500	28.000

Tabla 11.23: Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.

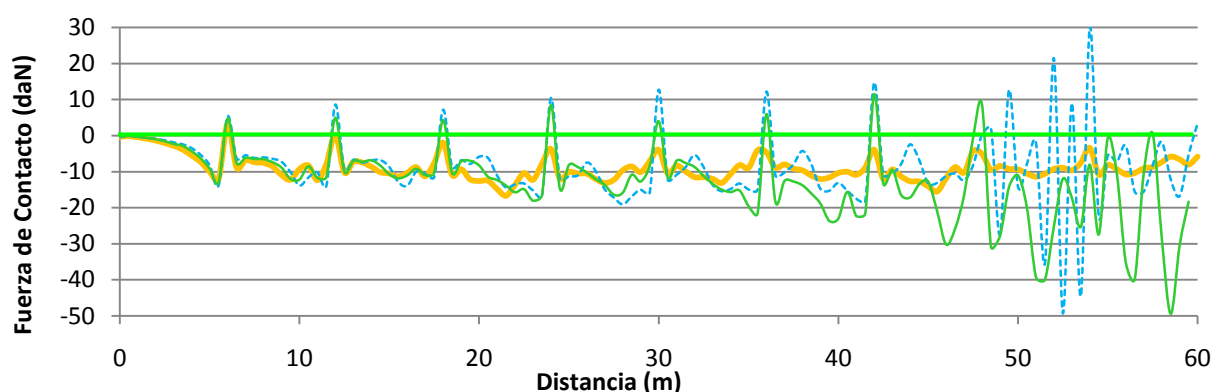


Figura 11.53: Fuerza de contacto \uparrow v (km/h), $F_{est} = 10$ daN.

Simulación	v (km/h)	$F_{est} + K_{aaero} v^2$ (daN)	F (Excel)(daN)	$T_{hilo\ contacto}$ (N)	$T_{sustentador}$ (N)
7	180	13,07	-12,54	26.500	28.000
6	180	13,07	-8,79	30.000	32.000

Tabla 11.24: Datos dinámicos de las dos simulaciones comparadas, $F_{est} = 10$ daN.

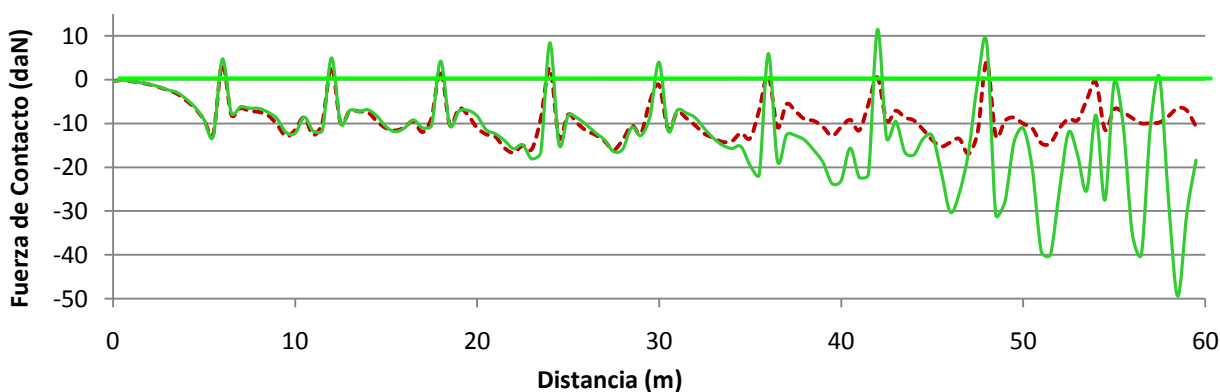


Figura 11.54: Fuerza de contacto a 180 km/h, $F_{est} = 10$ daN.

También puede disminuirse la fuerza estática del pantógrafo para reducir el esfuerzo medio de contacto sin necesidad de aumentar la tensión de los hilos de contacto, manteniendo la velocidad de 180 km/h.

Simulación	F_{est} (daN)	$F_{est} + K_{aaero} v^2$ (daN)	F (Excel)(daN)	$T_{hilo\ contacto}$ (N)	$T_{sustentador}$ (N)
9	10	13,07	-13,07	25.000	25.000
10	9	12,07	-11,79	25.000	25.000
11	8	11,07	-10,52	25.000	25.000

Tabla 11.25: Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.

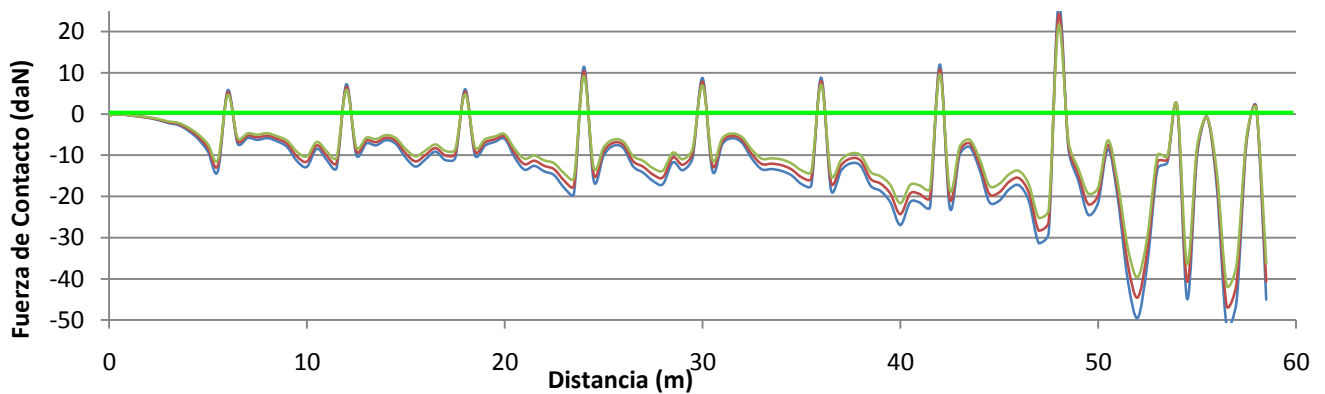


Figura 11.55: Fuerza de contacto a 180 km/h disminuyendo la fuerza estática.

Se obtienen tres curvas superpuestas para valores de fuerza superiores a -10 daN, estando éstas desplazadas a partir de dicho valor y en los máximos. La gráfica correspondiente a la simulación 11 es la que menores valores de fuerza alcanza, aunque produce despegues en los mismos instantes que en los casos 9 y 10. Comparando los casos 6 y 11:

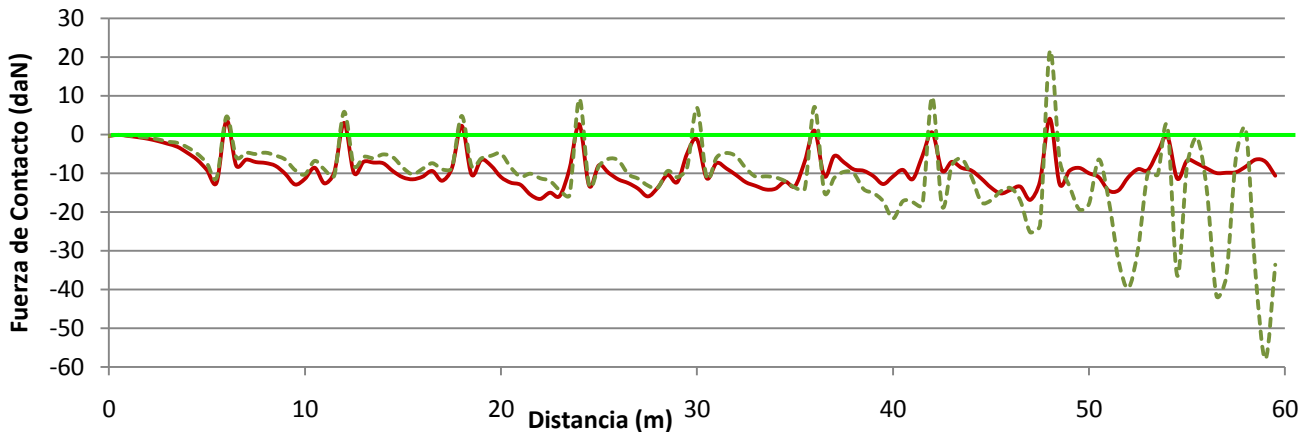


Figura 11.56: Fuerza de contacto a 180 km/h, variando tensiones y fuerza estática.

Como se observa en la gráfica 11.56, se consigue un mejor contacto circulando a 180 km/h cuando se mantiene la fuerza estática en su valor original de 10 daN (caso 6, curva roja) y se aumentan las tensiones de los hilos en lugar de mantener las tensiones en sus valores originales disminuyendo la fuerza estática de tarado (caso 11, curva verde).

11.5.3.3 CATENARIA GENÉRICA – PANTÓGRAFO Schunk WBL 85-12.

Se han realizado cuatro simulaciones de contacto, modificando los parámetros de la catenaria para comprobar su influencia en la captación de corriente. En las cuatro simulaciones se ha empleado una velocidad $v=150$ km/h, siendo la fuerza media teórica de contacto $F_{est} + K_{aaero} v^2 = 12,14$ daN.

Simulación	S_{sus} (mm ²)	$S_{h.con}$ (mm ²)	S_{pen} (mm ²)	F (Excel)(daN)	T_{hilo} contacto (N)	$T_{sustentador}$ (N)
1	95	150	25	-11,11	31.000	15.450
2	95	150	25	-10,87	31.000	21.000
3	95	150	12	-10,93	27.500	21.000
4	95	120	12	-11,03	27.500	21.000

Tabla 11.26: Datos dinámicos de las cuatro simulaciones comparadas.

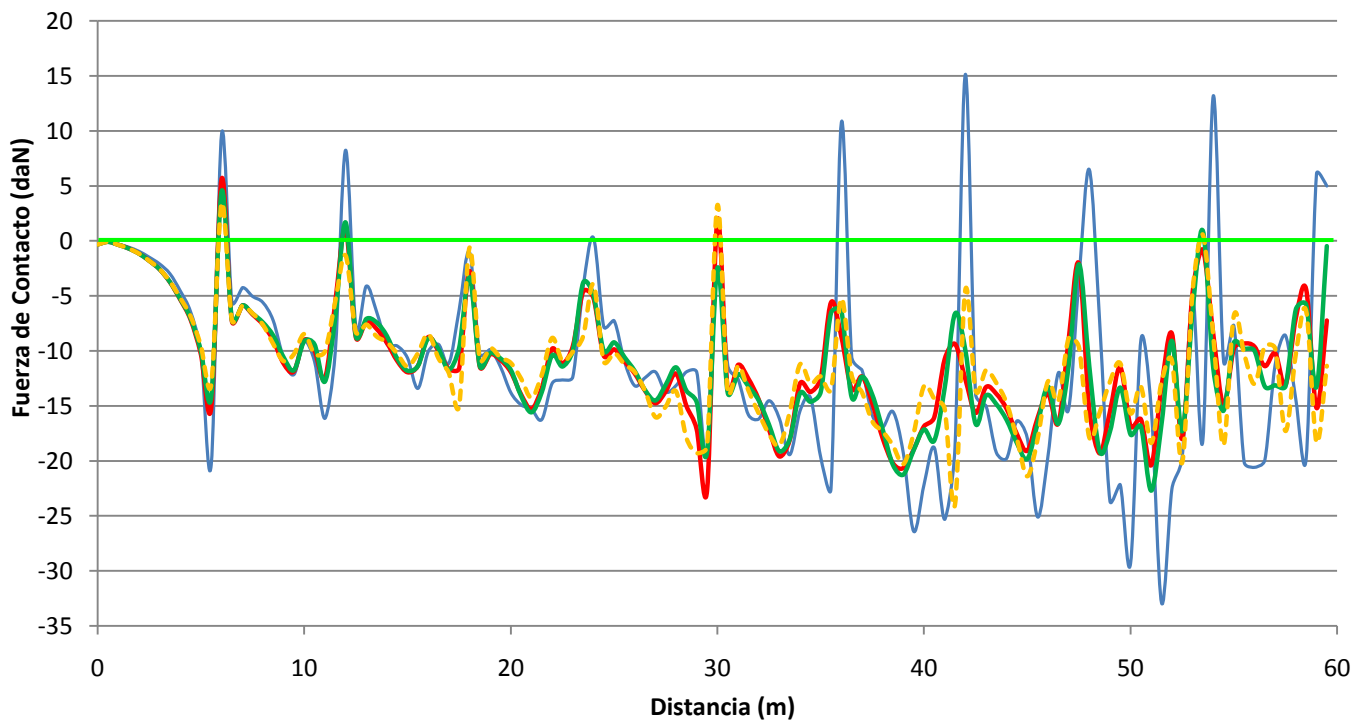


Figura 11.57: Fuerza de contacto modificando los parámetros de la catenaria.

En el caso 1 se emplean los datos de tensión y sección de la catenaria AE350; el contacto es inestable (curva azul). En el caso 2 (curva roja) se aumenta la tensión del sustentador, disminuyendo considerablemente la fuerza de contacto respecto al caso 1, como se observa en la gráfica 11.57. En el caso 3 (curva verde) se emplean péndolas de 12 mm² de sección, produciendo un contacto adecuado (salvo al inicio que se produce un despegue), durante todo el vano. Las tensiones empleadas en las simulaciones 3 y 4 se indican en la tabla 11.26. En el caso 4 se reduce la sección del hilo de contacto a 120 mm², mejorando las condiciones de contacto (curva naranja).

11.5.3.4 CATENARIA CR160 – PANTÓGRAFO GENÉRICO.

Para analizar la influencia de los valores de rigidez y amortiguación del pantógrafo se han realizado tres simulaciones empleando la catenaria CR160, manteniendo una velocidad de 100 km/h.

Simulación	$K_{\text{mesilla}} \left(\frac{\text{N}}{\text{m}} \right)$	$K_{\text{brazos}} \left(\frac{\text{N}}{\text{m}} \right)$	$K_{\text{bastidor}} \left(\frac{\text{N}}{\text{m}} \right)$	F (Excel)(daN)
1	5.890	2.600	2	-10,95
2	7.000	3.000	5	-11,18
3	5.000	2.000	1	-10,66

Tabla 11.27: Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.

La simulación 1 se realiza con los datos del pantógrafo AM 32 AV. Circulando a 100 km/h se produce un número reducido de despegues, curva azul de la figura 11.58. Aumentando los valores de rigidez, simulación 2, disminuye el número de despegues y aumenta el valor de la fuerza media de contacto durante la simulación (curva naranja). En el caso 3 se disminuyen los valores de rigidez respecto a los datos originales, aumentando ligeramente el número de despegues y la fuerza media (en valor absoluto), curva roja.

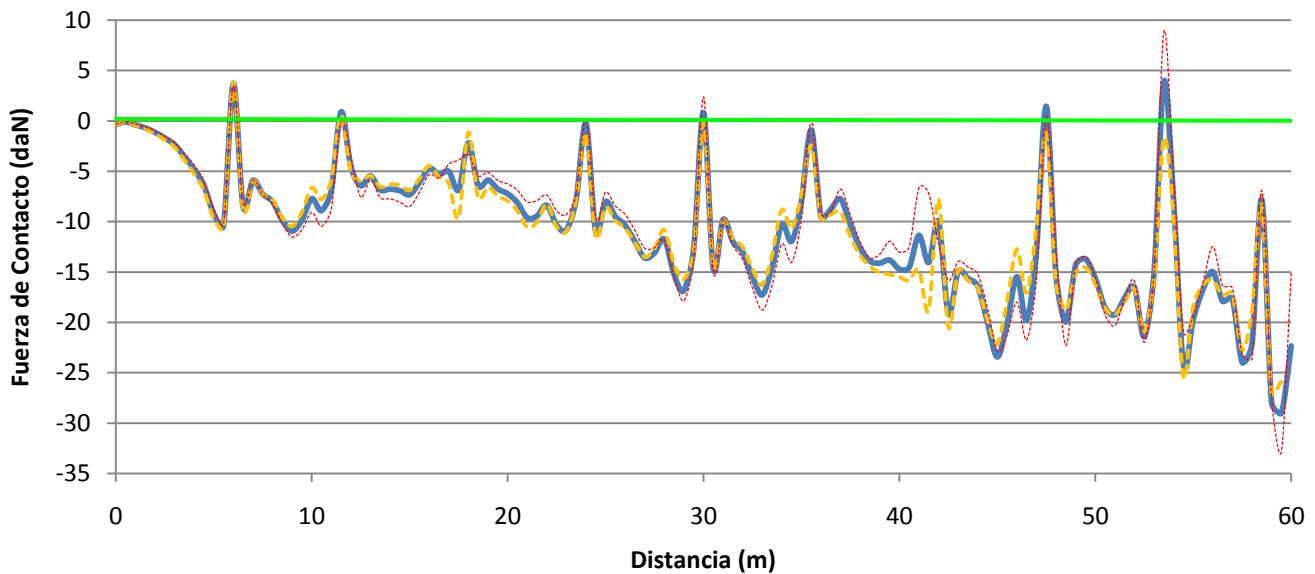


Figura 11.58: Fuerza de contacto modificando los valores de rigidez del pantógrafo.

11.5.3.5 CATENARIA CR220 – PANTÓGRAFO GENÉRICO.

Para analizar la influencia de la masa de los componentes del pantógrafo (mesilla y brazos) se han realizado nueve simulaciones modificando dichos parámetros. La catenaria empleada es la CR220, empleando una velocidad de 160 km/h en los todos los casos.

Influencia de la masa de la mesilla.

Simulación	F_{est} (daN)	$m_{mesilla}$ (kg)	m_{brazos} (kg)	$m_{bastidor}$ (kg)	F (Excel)(daN)
1	10	17,2	66,5	42,3	-11,79
2	10	30	66,5	42,3	-12,12
3	10	10	66,5	42,3	-11,65

Tabla 11.28: Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.

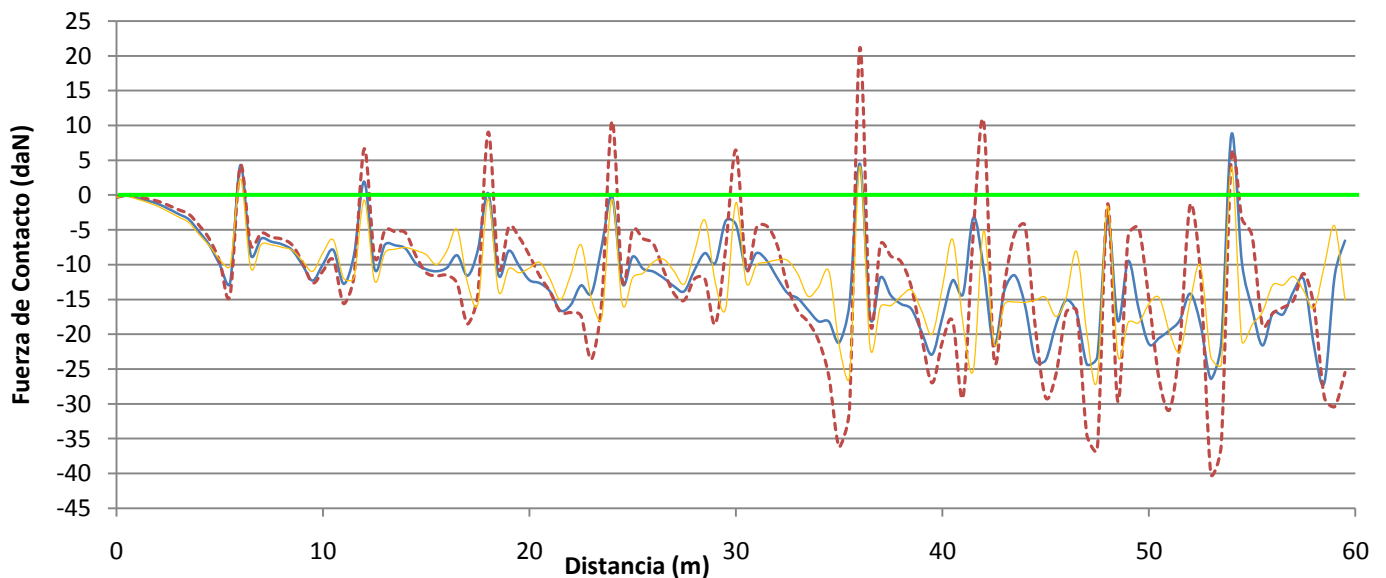


Figura 11.59: Fuerza de contacto modificando la masa de la mesilla.

La simulación 1 se realiza con los datos originales del pantógrafo Schunk WBL 85-12. Circulando a 160 km/h bajo la catenaria CR220 el número de despegues es reducido (curva azul en el gráfico 11.59). Aumentando la masa de la mesilla, caso 2, los despegues aumentan a lo largo del recorrido del vano, produciéndose en instantes donde no ocurrían con la mesilla original (curva roja). El comportamiento resulta por tanto inestable, aumentando el valor de la fuerza media de contacto durante la simulación. Disminuyendo la masa de la mesilla, caso 3, el comportamiento del pantógrafo apenas varía respecto al original, ya que el contacto resulta adecuado, produciéndose los únicos despegues en los mismos instantes que en el caso 1, si bien las curvas correspondientes a ambos casos son diferentes (curva naranja).

En el caso 2 se ha aumentado la masa de la mesilla hasta 30 kg, respecto al valor original de 17,2 kg. En ambos casos 1 y 2 las tensiones de los hilos de la catenaria no se han modificado, por lo cual se aumentarían dichos valores para comprobar si el número de despegues se reduce proporcionando un contacto adecuado.

Simulación	F_{est} (daN)	$m_{mesilla}$ (kg)	$T_{hilo\ contacto}$ (N)	$T_{sustentador}$ (N)	F (Excel)(daN)
2	10	30	25.000	25.000	-12,12
4	10	30	28.000	28.000	-12,75
5	10	30	31.000	31.000	-10,73

Tabla 11.29: Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.

Aumentando la tensión en el hilo de contacto y sustentador simultáneamente desde 25.000 N a 28.000 N (simulación 4) el número de despegues es aún elevado, por lo que se hace necesario incrementar más estas tensiones. Cuando su valor es 31.000 N el número de despegues disminuye, si bien presenta comportamiento inestable al final del vano, caso 5.

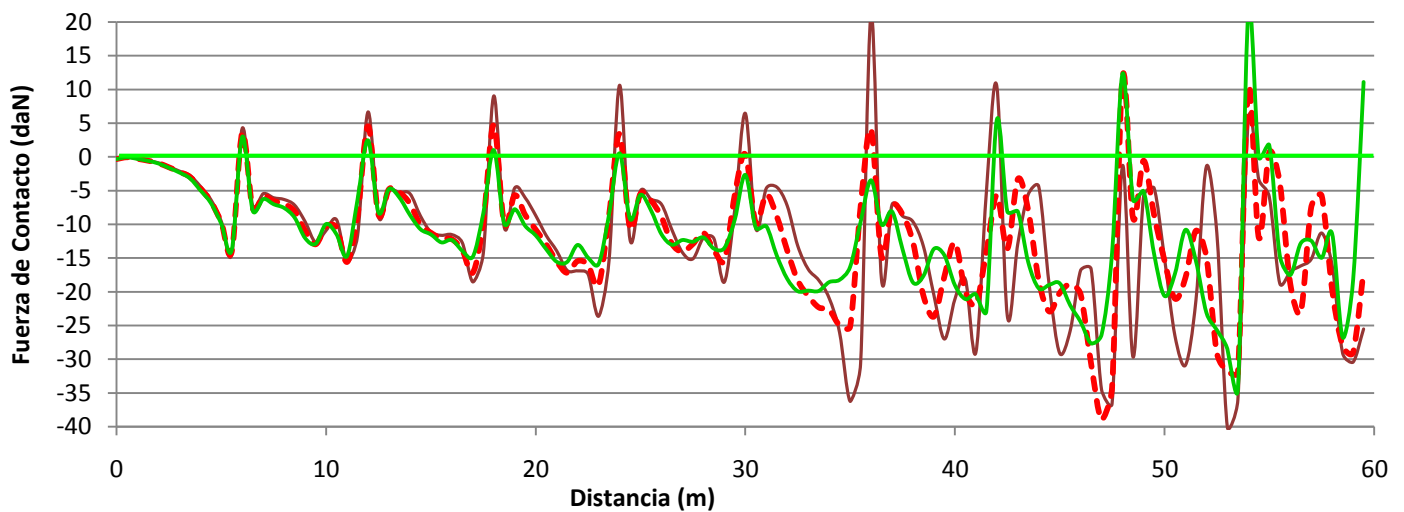


Figura 11.60: Fuerza de contacto modificando las tensiones de los hilos.

Aumentando la tensión en el hilo de contacto hasta 28.000 N y 31.000 N en el sustentador se puede conseguir un contacto adecuado en gran parte del vano, como se observa en la gráfica 11.61 (simulación 6, 160 km/h, F (Excel) = -10,73 daN) obtenida con Matlab.

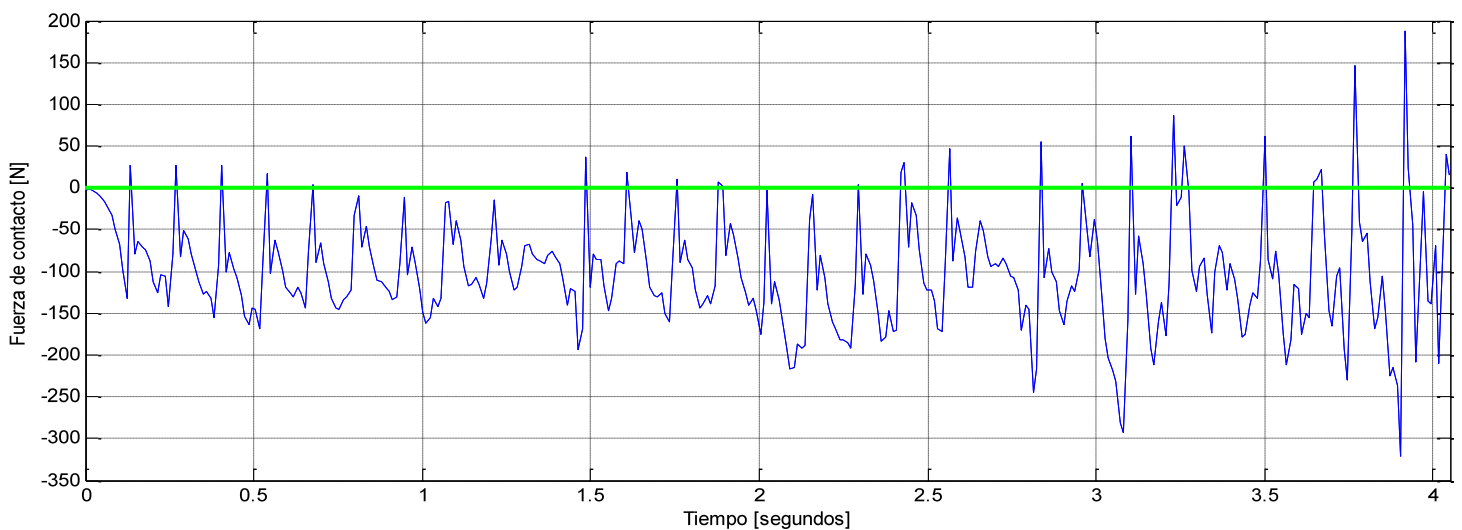


Figura 11.61: Fuerza de contacto, simulación 6 ($t_{simulación} = 120'$).

Influencia de la masa de los brazos.

Se comparan los datos originales del pantógrafo Schunk WBL 85-12 con dos pantógrafos a los que se le modifica la masa de los brazos, manteniendo los valores de rigidez. En el caso 7 la masa disminuye a 50 kg, aumentando hasta 70 kg en el caso 8.

Simulación	F_{est} (daN)	$m_{mesilla}$ (kg)	m_{brazos} (kg)	$m_{bastidor}$ (kg)	F (Excel)(daN)
1	10	17,2	66.5	42,3	-11,79
7	10	17,2	50	42,3	-11,08
8	10	17,2	72	42,3	-11,74

Tabla 11.30: Datos dinámicos de las tres simulaciones comparadas.

En la gráfica 11.62 se aprecia el comportamiento en los tres casos indicados en la tabla 11.30. Se observa un comportamiento similar en los tres casos, con las curvas paralelas o ligeramente desplazadas entre sí. La fuerza media de contacto durante la simulación es aproximadamente igual en los casos 1 (11,79 daN) y 8 (11,74 daN). El menor valor de la fuerza de contacto corresponde a la simulación 7, es decir, cuando la masa de los brazos se disminuye respecto al valor original.

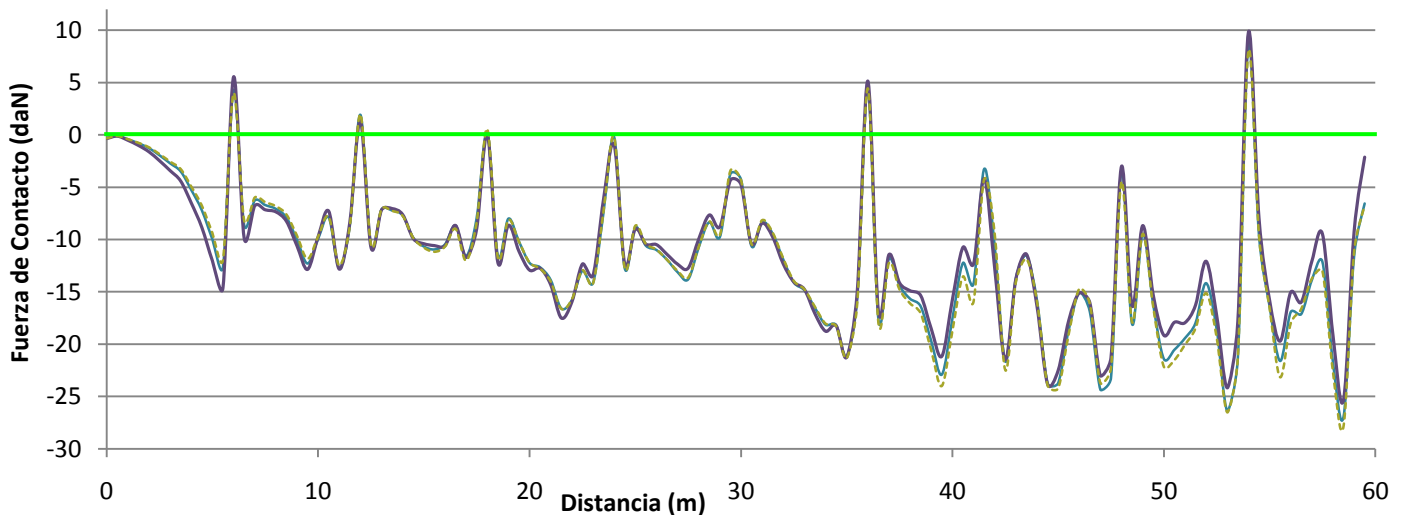


Figura 11.62: Fuerza de contacto, influencia de la masa de los brazos.

Se han simulado un pantógrafo *ligero* y otro *pesado* respecto a los valores originales, empleando los valores de masa indicados en la tabla 11.31, como combinación de los datos de las tablas 11.30 y 11.28:

Simulación	F_{est} (daN)	$m_{mesilla}$ (kg)	m_{brazos} (kg)	$m_{bastidor}$ (kg)	F (Excel)(daN)
6	10	10	50	42,3	-11,46
9	10	30	72	42,3	-14,03

Tabla 11.31: Datos dinámicos de las dos simulaciones comparadas.

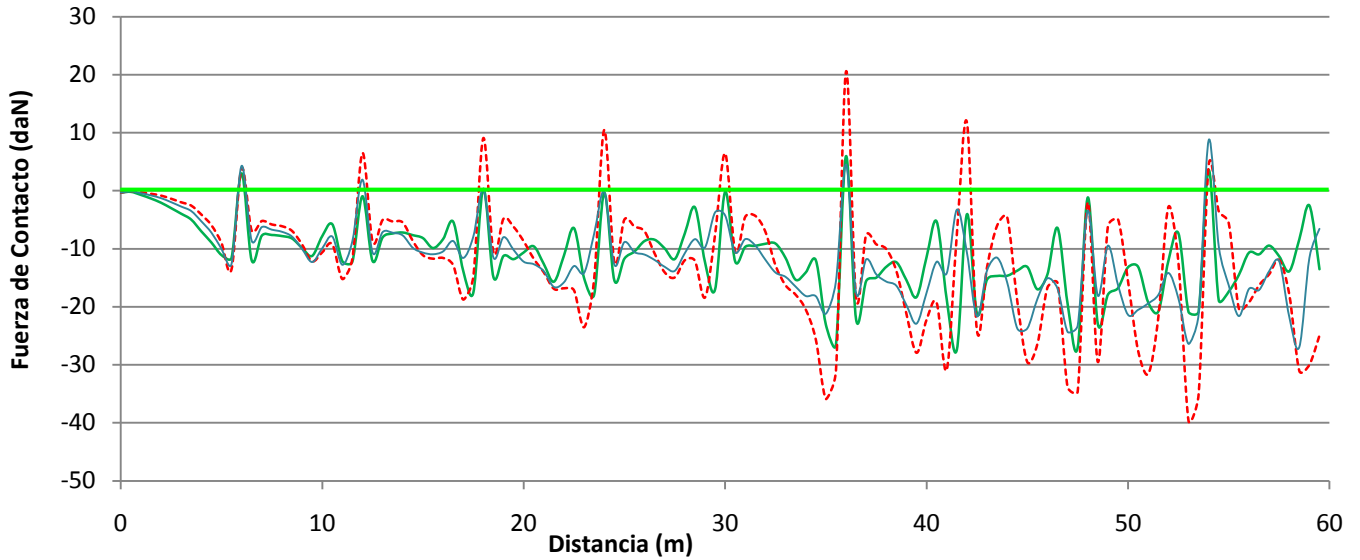


Figura 11.63: Fuerza de contacto, pantógrafo *original*, *ligero* y *pesado*.

La fuerza media de contacto durante la simulación asciende hasta 14,03 daN empleando el pantógrafo *pesado* (curva roja), frente a los 11,46 daN del pantógrafo *ligero* (curva verde). Este último valor es inferior al alcanzado cuando se simula el pantógrafo original (11,79 daN, caso 1, curva azul), el pantógrafo con la mesilla de masa reducida (11,65 daN, caso 3) y superior al del pantógrafo con los brazos de menor peso (11,08 daN, caso 7). El gráfico de fuerza correspondiente al pantógrafo *pesado* (curva roja) muestra el elevado número de despegues producidos durante el contacto, mientras que la curva verde del pantógrafo *ligero* produce un número reducido de despegues. La curva azul, correspondiente a la simulación 1 (pantógrafo original) muestra un comportamiento intermedio entre los casos 6 y 9.

CAPÍTULO 12.
CONCLUSIONES GENERALES

El estudio de la dinámica de la interacción entre la catenaria y los pantógrafos de los vehículos ferroviarios es un fenómeno complejo que hoy en día necesita del apoyo de programas de simulación para validar los modelos desarrollados.

Los programas informáticos de simulación con elementos finitos (FEM) desarrollados en Matlab y empleados en el presente proyecto permiten validar y analizar la influencia de los parámetros que intervienen en la captación dinámica, desde un punto de vista académico riguroso.

12.1 CONCLUSIONES: CATENARIA RÍGIDA.

El elemento finito considerado para simular la catenaria es determinante en la resolución de las ecuaciones de interacción, ya que como se estudia en el apartado 11.4.2.1, a medida que disminuye el tamaño del elemento considerado los despegues entre el pantógrafo y la catenaria se van ajustando y concretando en instantes determinados de la simulación. En la figura 11.12, para un tamaño de 0,5 m, el se contabilizan 26 despegues. Disminuyendo el tamaño del elemento a 0,2 m el número de despegues disminuye a 16, figura 11.13. En la figura 11.14, para un tamaño de 0,1 m, se producen 8 despegues. En contra del aumento de precisión del cálculo aumenta en gran medida el tiempo de resolución de la simulación, siendo éste 1' para el elemento finito de 0,5 m y 2h 25' cuando se disminuye su tamaño a 0,1 m.

Para tramos *largos* (200 m) como los simulados en el apartado 11.4.2.1 el tiempo de resolución supera las 10 horas. En las figuras 11.18 y 11.19 se observa cómo tras los primeros segundos de simulación en los que se producen despegues la fuerza de contacto oscila entre valores de 10 ± 5 daN, dando lugar a un contacto adecuado sin despegues.

En las simulaciones del apartado 11.4.2.3 se aprecia cómo conforme se incrementa la velocidad de circulación, a igualdad del esfuerzo estático ejercido por el mecanismo del pantógrafo, la fuerza de contacto oscila aproximadamente alrededor del mismo valor, aumentando la amplitud de la oscilación. Consecuentemente, hay instantes en los que la fuerza de contacto podría anularse debido a perturbaciones dinámicas.

La oscilación de la respuesta se debe a la falta de uniformidad que tiene la rigidez vertical de la catenaria. Efectivamente, conforme el pantógrafo se acerca al centro del vano entre soportes, la rigidez vertical se va haciendo menor, y lo contrario sucede cuando se acerca a los soporte. Es en esos puntos en donde la rigidez vertical se hace máxima.

Aunque el número de arcos eléctricos pueda parecer excesivos no suponen un resultado alejado de la realidad, ya que es frecuente ver cómo en el contacto del tren Civia se producen continuos despegues cuando circula en túnel bajo la catenaria rígida.

12.2 CONCLUSIONES: CATENARIA FLEXIBLE.

Las simulaciones de contacto dinámico entre el pantógrafo y la catenaria flexible realizadas en el apartado 11.5.2 arrojan las siguientes conclusiones:

- Los despegues se producen al paso por las péndolas o en aquellos instantes posteriores a máximos de fuerza elevados, generalmente superiores a 25 – 30 daN.
- Disminuyendo la velocidad de circulación el número de despegues se reduce, manteniendo el resto de parámetros invariables. A modo de ejemplo, las simulaciones 1, 3, 4 y 5 del apartado 11.5.3.1 “Catenaria CR160 – Pantógrafo AM 32 AV”:

	v (km/h)	T _{h. cont.}	T _{h. sust.}	nº despegues
1	180	19.600	13.475	9
5	150	19.600	13.475	9
4	125	19.600	13.475	7
3	100	19.600	13.475	4

Tabla 12.1: Tabla resumen: influencia de la velocidad.

- Un aumento en la tensión de los hilos sustentador y de contacto de la catenaria disminuye el número de despegues, aumentando dicha tensión independiente o simultáneamente en ambos hilos. Por ejemplo, para los casos 1, 3, 4 y 5 del apartado 11.5.3.2 “Catenaria CR220 – Pantógrafo Schunk WBL 85-12”:

	v (km/h)	T _{h. cont.}	T _{h. sust.}	nº despegues
1	160	25.000	25.000	4
3	160	25.000	28.000	2
4	160	26.500	28.000	2
5	200	26.500	28.000	15

Tabla 12.2: Tabla resumen: influencia de las tensiones de los cables.

- Si se mantienen constantes las tensiones de los cables de la catenaria, una disminución de la fuerza estática del pantógrafo produce automáticamente un descenso en la fuerza de contacto. Como se estudió en el apartado 11.5.3.1 “Catenaria CR160 – Pantógrafo AM 32 AV”:

	F _{est} (daN)	F (Excel)(daN)	T _{hilo contacto} (N)	T _{sustentador} (N)
4	9	-12,50	19.600	13.475
6	9	-12,11	22.000	16.000
7	7,5	-10,58	19.600	13.475
8	7,5	-10,17	22.000	16.000

Tabla 12.3: Tabla resumen: influencia de las tensiones de los cables – fuerza estática.

- Es necesario incrementar la tensión de los hilos del sistema para poder circular a mayor velocidad, manteniendo constantes el resto de parámetros que intervienen en el contacto (secciones de los cables, masas y rigideces del pantógrafo, etc.). De esta forma, en las simulaciones 6 y 7 del apartado 11.5.3.2 “*Catenaria CR220 – Pantógrafo Schunk WBL 85-12*”:

	v (km/h)	T _{hilo contacto} (N)	T _{sustentador} (N)	nº despegues
7	180	26.500	28.000	8
6	180	30.000	32.000	5

Tabla 12.4: Tabla resumen: influencia de las tensiones de los cables – nº despegues.

- Disminuyendo la sección del hilo de contacto se mejora el contacto dinámico entre el pantógrafo y la catenaria, supuestos constantes el resto de parámetros del sistema (hilo sustentador, tensiones y péndolas). En las simulaciones 3 y 4 del apartado 11.5.3.3 “*Catenaria genérica – Pantógrafo Schunk WBL 85-12*”:

	S _{sus} (mm ²)	S _{h.con} (mm ²)	S _{pen} (mm ²)	nº despegues
3	95	150	12	3
4	95	120	12	2

Tabla 12.5: Tabla resumen: influencia de la sección del hilo de contacto.

- Un aumento de los valores de rigidez del pantógrafo disminuye el número de despegues y aumenta el valor de la fuerza media de contacto durante la simulación. Disminuyendo la rigidez respecto a valores originales disminuye la fuerza media de contacto.
- Incrementando la masa de la mesilla del pantógrafo aumentan los despegues; disminuyéndola se reducen éstos, supuestos invariables la rigidez y el resto de elementos del pantógrafo y la catenaria. Mesillas de masa elevada hacen necesario aumentar la tensión de los hilos del sistema para garantizar un contacto adecuado, motivo por el cual se busca reducir su masa.
- Modificando la masa de los brazos del pantógrafo dentro del rango ± 15 kg el comportamiento dinámico apenas varía, si bien la fuerza de contacto disminuye cuando disminuye la masa y aumenta cuando ésta aumenta.
- Manteniendo constantes los valores de rigidez y tensión de la catenaria, un pantógrafo pesado muestra peor comportamiento que uno ligero, dando lugar a un mayor número de despegues (perdidas de contacto).

12.3 CONCLUSIONES GENERALES.

En base a la bibliografía existente, parte de ella presentada en el capítulo 16 “*Bibliografía y referencias*”, pueden obtenerse, a priori, los siguientes resultados que han de ser comprobados durante las simulaciones realizadas:

- La dinámica de la captación de corriente eléctrica difiere según el empleo de una catenaria rígida o flexible. Los parámetros de rigidez / flexibilidad de la catenaria rígida son superiores a los de la catenaria flexible, siendo por tanto mínima la deformación que sufre al paso del pantógrafo. El empleo de una catenaria flexible permite al pantógrafo y al hilo de contacto seguir las perturbaciones dinámicas que uno ejerce sobre el otro, debido a la flexibilidad del pantógrafo y la catenaria flexible.
- Existen multitud de instalaciones catenarias diferentes, cada una adaptada a las necesidades de la explotación de la línea. En general, para circulaciones de metropolitanos se emplea corriente continua de tensión ≤ 1.000 Vcc. Para líneas de largo recorrido convencionales, previas al desarrollo de la alta velocidad, se emplean 1.500 – 3.000 Vcc ó 25 kVca, 16 $\frac{2}{3}$ Hz. Las líneas de alta velocidad se diseñan generalmente a una tensión de 25 kVca, 50 Hz. La evolución de estas líneas se ha realizado en base a disminuir la rigidez de la catenaria para conseguir una flexibilidad homogénea que garantice un contacto sin despegues a altas velocidades.
- La instalación de la catenaria ha de trazarse teniendo en cuenta la velocidad crítica de la misma en relación a la velocidad máxima de circulación, para evitar fenómenos de resonancia en el acoplamiento con el pantógrafo.
- Los sistemas de compensación han de asegurar una tensión adecuada en los cables de la catenaria independientemente de la temperatura a la que se vea sometida, para evitar variaciones en la flexibilidad del hilo de contacto que puedan provocar contactos inadecuados.
- La evolución histórica de los pantógrafos ha permitido reducir la masa dinámica de los mismos, de forma que se mejora el contacto con la catenaria al reducir las inercias en movimiento. Estructuras de aluminio y frotadores de carbono / grafito con impregnaciones metálicas se han generalizado hoy en día, facilitando la circulación de unidades eléctricas por diferentes redes ferroviarias con características particulares.
- La fuerza que ejerce el pantógrafo sobre la catenaria es suma de tres componentes: la fuerza estática, la dinámica y la aerodinámica. Circulando a alta velocidad la componente aerodinámica es determinante en el contacto, debido a su dependencia con v^2 . La fuerza estática permanece invariable durante la marcha (salvo en pantógrafos de control electrónico, donde se recalcula según la velocidad para no exceder la fuerza máxima). La fuerza dinámica varía con las perturbaciones / vibraciones de la catenaria.
- Los arcos eléctricos que se producen por pérdida de contacto, debido a la ionización del aire entre el hilo de contacto y el frotador del pantógrafo, reducen la vida útil de ambos elementos, desgastándolos prematuramente. Es por tanto fundamental desarrollar sistemas de captación de corriente que aseguren un contacto continuo y sin despegues. En este sentido, los programas de simulación permiten prever el contacto entre

pantógrafos y catenarias concretas, aumentando la precisión de los resultados según la capacidad de cálculo y simulación.

- El planteamiento de la catenaria como un sistema estructural matricial, en el que intervienen masas, amortiguaciones y rigideces, permite estudiar el sistema en condiciones estáticas y dinámicas, al ser perturbada por la fuerza que ejerce el pantógrafo sobre ella. Debido a las deformaciones de los hilos que la conforman y a la pérdida de contacto (despegues), se hace necesario emplear métodos no lineales de resolución, mediante algoritmos de integración directa de las ecuaciones.
- Para considerar los efectos de la pretensión de los hilos sobre la rigidez transversal de los mismos es necesario emplear elementos tipo barra pretensada, que ofrecen resultados más precisos que elementos tipo viga o cable.
- La flexibilidad de la catenaria depende del punto de cálculo de la misma, por lo que ha de tenerse en cuenta la homogeneidad de la misma para circular a alta velocidad. Modificando la tensión de los hilos sustentador y de contacto se modifica la elasticidad del sistema, mejorando el contacto dinámico con el pantógrafo al disminuir el número de despegues.
- Para estudios dinámicos como los realizados en el presente PFC, el pantógrafo se representa como un sistema de masas puntuales, resortes y amortiguadores, cuyas ecuaciones dinámicas pueden expresarse de forma matricial similar a las de la catenaria. Para estudios de rigidez, incidencia de la temperatura o fatiga, puede diseñarse mediante modelos tridimensionales de elementos finitos.
- La ecuación de la fuerza que ejerce el pantógrafo sobre la catenaria, en función de los parámetros mecánicos de éste y las características geométricas y mecánicas de los hilos que conforman el sistema, muestra una dependencia parabólica con la velocidad. De forma general, puede obtenerse una ecuación de la forma $F = K_a \cdot v^2 + F_e$, siendo v la velocidad, K_a el coeficiente aerodinámico del pantógrafo y F_e la fuerza estática de tarado del pantógrafo.
- Los programas de simulación de contacto entre el pantógrafo y la catenaria permiten introducir diferentes variables para analizar la influencia de cada una de ellas en la correcta captación de corriente. La complejidad de los programas de cálculo aumentará en base a los datos de entrada del sistema, como la longitud de los tramos de estudio o el tamaño de los elementos finitos empleados.
- Las ecuaciones de acoplamiento dinámico entre el pantógrafo y la catenaria son las mismas tanto para sistemas de catenaria rígida como flexible, ya que son las submatrices individuales de la ecuación de la catenaria las que determinan la geometría y características dinámicas de la misma.

Con los programas y simulaciones realizadas ha podido demostrarse la influencia de diferentes parámetros como la velocidad, tensión de los hilos, fuerza del pantógrafo, etc., en la correcta captación de corriente. De esta forma, queda patente empleando tanto catenarias rígidas como flexibles, que a medida que se aumenta la velocidad de circulación el contacto se vuelve inestable hasta que el número de despegues es inadmisibles.

Tratándose de una catenaria flexible, un aumento en la tensión de los hilos de contacto y sustentador, aislada o simultáneamente, mejora el contacto haciendo disminuir el número de despegues, al variar las flexibilidades máxima y mínima.

Como resumen de los aspectos principales del PFC, el capítulo 7 recoge las características básicas que han de seguirse para el trazado de catenarias de alta velocidad. En el apartado 8.5 *“Cálculo con Matlab de la flexibilidad de la catenaria”* se presenta el programa desarrollado y se realiza un análisis de sensibilidad en la homogeneidad y flexibilidad de la catenaria, relacionado con las simulaciones presentadas en el capítulo 11. En el capítulo 10 *“Interacción pantógrafo – catenaria. Análisis dinámico durante la captación de corriente”* se presenta el programa que permite obtener gráficamente la elevación del hilo de contacto en el apoyo o centro del vano, así como la gráfica de la fuerza que ejerce el pantógrafo y la ecuación de la misma. Un valor adecuado del coeficiente aerodinámico permite circular a mayor velocidad disminuyendo la pendiente de la ecuación de la fuerza. El apartado 11.5.3.6 *“Conclusiones”* del capítulo 11 recoge las conclusiones generales de las simulaciones llevadas a cabo con diferentes pantógrafos, circulando bajo catenaria rígida y flexible.

Los programas desarrollados permiten analizar el contacto entre el pantógrafo y la catenaria de forma sencilla, si bien para usos industriales los programas empleados, con los mismos fundamentos matemáticos que éstos, ofrecen una mayor capacidad de cálculo y entrada de datos.

CAPÍTULO 13.
TRABAJO FUTURO.

Las principales líneas de investigación y trabajo que pueden seguir al desarrollo de este proyecto se agrupan bajo los siguientes enfoques:

- 1 – El programa de simulación de la catenaria rígida considera únicamente el paso de un pantógrafo. Teniendo en cuenta el tipo de U.T que circulan generalmente bajo estas catenarias, habría de tenerse en cuenta la acción simultánea de dos pantógrafos.
- 2 – La simulación de catenaria flexible únicamente contempla un pantógrafo bajo un hilo de contacto, si bien existen instalaciones que emplean dos hilos de contacto. Por otro lado, generalmente se trabaja en vanos de la instalación alejados de los vanos de compensación, donde circulan paralelamente dos hilos de contacto (ver 5.5 “*Sistemas de compensación*”). En este sentido, se han desarrollado aplicaciones informáticas [46] que permiten estudiar la interacción del pantógrafo con más de un hilo de contacto.
- 3 – Para poder resolver las ecuaciones mediante integración directa hay que relacionar la velocidad de circulación del tren con el paso de integración de las ecuaciones, de forma que el contacto del pantógrafo con la catenaria se produzca en un nodo de la discretización. Se han desarrollado aplicaciones [57] que, para poder simular elementos de gran longitud (> 20 vanos) utilizan mallados móviles de la catenaria, disminuyendo el tamaño de los elementos finitos en las proximidades del contacto y devolviéndolos a su tamaño original una vez que el pantógrafo ha atravesado dicho nodo.
- 4 – Los programas consultados en la bibliografía consideran siempre una velocidad de circulación constante, debido al problema de contacto señalado en el punto 3 –. Resultaría de interés estudiar la interacción dinámica del pantógrafo con la catenaria durante los transitorios de la circulación, es decir, en los procesos de aceleración y frenado.
- 5 – Generalmente, las simulaciones de contacto se llevan a cabo con modelos bidimensionales, por lo que no es posible tener en cuenta factores como el descentramiento del hilo de contacto, la acción del viento lateral externo, el rozamiento lateral entre el hilo de contacto y la mesilla, etc. El desarrollo de programas tridimensionales permitiría tener en cuenta los factores mencionados siendo, a priori, sencillo su desarrollo debido al empleo de ecuaciones matriciales.

Por tanto, el estudio de la interacción sigue presente hoy en día, optimizando los programas existentes para reproducir fielmente, con bajo coste computacional, el contacto pantógrafo – catenaria. A modo de ejemplo, dentro del marco de la UIC se encuentra el proyecto PANTOTRAIN, cuyos objetivos son el estudio de la influencia de la tensión eléctrica, validar las características de los pantógrafos (fuerza de contacto, calidad del contacto, etc.) y ofrecer herramientas avanzadas de simulación que permitan la homologación de los pantógrafos en las diferentes administraciones ferroviarias de forma sencilla.

CAPÍTULO 14.
ANEXOS.

14.1 CATENARIAS RENFE / ADIF.

La siguiente tabla contiene los parámetros estáticos y dinámicos de diversas catenarias empleadas en España. Estos datos se han calculado con las ecuaciones presentadas en el PFC, o bien son datos proporcionados y/o obtenidos de la bibliografía empleada.

	CR160	CR220	Re250	AE350
Hilo de Contacto				
Material	Cu	Cu	Cu	Cu
Sección [mm ²]	2 x 107	150	120	150
Tensión [N]	19.600	25.000	15.000	30.901
Flecha [mm]	Vano · 1‰	Vano · 0,6 ‰	No	No
Peso Lineal [kg/m]	—*	1,335	1,07	1,3
Sustentador				
Material	Cu	Cu	Bronce	Cu
Sección [mm ²]	153	184,5	65,8	95
Tensión [N]	13.475	25.000	15.000	15.450
Peso Lineal [kg/m]	—*	1,64	0,596	0,834
Péndola				
Material	Cu	Cu	Cu	Cu
Sección [mm ²]	25	25	16	25
Tensión [kg]	∅	∅	∅	∅
Peso Lineal [kg/m]	—*	0,235	0,152	0,235
Péndola en Y				
	No	No	Sí S: 35 [mm ²] T: 285,4 [kg] P: 0,31[kg/m]	Sí S: 35 [mm ²] T: 315 [kg] P: [kg/m]
Elasticidad máx. [mm/kg] (centro del vano)	6	2,35	6,082	
Elasticidad mín. [mm/kg]				

(apoyo)	3	1,223	4,905	
$U(\%) = \frac{e_{m\acute{a}x} - e_{m\acute{i}n}}{e_{m\acute{a}x} + e_{m\acute{i}n}} \cdot 100$	33,3	31,5	9,5	
Frecuencia propia [Hz]	0,811	0,633	0,865	
V propagaci3n [m/s]	97,84	122 m/s	134 m/s	
Descentramiento [cm]	± 20	± 20	± 30	
Altura del hilo de contacto respecto a la v\aa [m]	~ 5	5,30	5,30	
Altura del sistema** [m]	1,40 (m\acute{a}x)	1,40 – 1,80	1,80 (m\acute{a}x)	

*: Peso lineal de todo el sistema catenaria CR 160 = 3,495 kg/m.

**.: Distancia entre sustentador e hilos de contacto.

14.2 PROGRAMA “Inter.m”.

Programa Matlab realizado en base a las ecuaciones de contacto 10.4 “*Interacci3n pant3grafo – catenaria con Matlab*”.

```
clear all
format long e
disp ('DATOS DEL PANT3GRAFO')
disp (' ')
mart=input('MASA DEL SISTEMA ARTICULADO (kg) = ');
M1=mart/981; %Cambia la masa del sistema articulado a kg·s2/cm.
disp (' ')
mfrot=input('MASA DEL FROTADOR (kg) = ');
m1=mfrot/981; %Cambia la masa del sistema articulado a kg·s2/cm.
disp (' ')
E=input ('ELASTICIDAD EST\cTICA DE LA SUSPENS\c3N DEL FROTADOR (kg/cm) = ');
disp (' ')
B1=input ('AMORTIGUAMIENTO PORCENTUAL DEL PANT3GRAFO (-) = ');
A1=2*pi*sqrt((E*(1-(B1)^2))/M1); %Pulsaci3n natural del pant3grafo.
disp (' ')
```



```
F1=input('FUERZA ESTÁTICA DE TARADO EN FÁBRICA/MONTAJE (kg; daN) = ');
disp(' ')
K2=input('COEFICIENTE AERODINÁMICO EXPERIMENTAL (kg·s^2/m) = ');
disp(' ')
disp('DATOS DE LA CATENARIA')
disp(' ')
e_min=input('ELASTICIDAD ESTÁTICA EN EL APOYO (mm/kg) = ');
disp(' ')
e_max=input('ELASTICIDAD ESTÁTICA EN EL CENTRO DEL VANO(mm/kg) = ');
disp(' ')
D=input('FRECUENCIA NATURAL DE LA CATENARIA(Hz) = ');
disp(' ')
B2=input('AMORTIGUAMIENTO PORCENTUAL DE LA CATENARIA (-) = ');
A2=2*pi*D*sqrt(1-(B2)^2); %Pulsación natural de la catenaria.
disp(' ')
L=input('LONGITUD DEL VANO (m) = ');
disp(' ')
c=input('DETERMINAR LA FLECHA EN MILÍMETROS DIVIDIENDO LA LONGITUD DEL VANO ENTRE EL VALOR (INTRODUCIR 0 SI LA FLECHA ES NULA): ');
%Algoritmo para introducir la flecha nula.
if c==0
    f=0;
else
    f=(1000*L)/c; %Flecha del hilo de contacto en mm;
end
disp(' ')
v1=input('VELOCIDAD MÍNIMA DE ESTUDIO (km/h) = ');
disp(' ')
v2=input('VELOCIDAD MÁXIMA DE ESTUDIO (km/h) = ');
disp(' ')
fm=input('FUERZA MÁXIMA A REPRESENTAR(daN) = ');
%Algoritmo para evitar la indeterminación cuando la velocidad mínima es 0
```

```
%km/h

if v1==0

    vm=1;

else

    vm=v1;

end

for v=vm:v2;

    w(v)=(2*pi*v)/(3.6*L); %Pulsación de la excitación, w.

    Y1(v)=1/(sqrt((1-(w(v)/A1)^2)^2+4*(B1*(w(v)/A1))^2)); %Factor de amplificación dinámica del
    pantógrafo, Y1.

    %Y1(v)=1;

    K1(v)=E*(Y1(v))^-1; %Elasticidad dinámica de la suspensión del frotador, K1.

    Y2(v)=1/(sqrt((1-(w(v)/A2)^2)^2+4*(B2*(w(v)/A2))^2)); %Factor de amplificación dinámica de la
    catenaria, Y2.

    %Y2(v)=1;

    K3(v)=e_min*Y2(v); %elasticidad dinámica de la catenaria en el apoyo, K3. K3(v)=e_min*(Y2(v))^-1

    K4(v)=e_max*Y2(v); %elasticidad dinámica de la catenaria en el centro del vano, K4.
    K4(v)=e_max*Y2(v))^-1;

end

for v=vm:v2;

    T(v)=abs((((M1*m1*(w(v))^2-K1*(M1*m1))*(w(v))^2)/(10*(K1-(w(v))^2*M1))))); %Función de
    Transferencia del pantógrafo.

    X(v)=((f-(F1+K2*v^2)*(K4(v)-K3(v)))/(2-T(v)*(K4(v)+K3(v)))); %Desplazamiento dinámico de la
    catenaria.

    R(v)=T(v)*X(v); %Fuerza de inercia del pantógrafo (kg).

    HA(v)=K3(v)*(F1+K2*v^2+R(v)); %Elevación de la catenaria en el apoyo de los postes (mm).

    HC(v)=K4(v)*(F1+K2*v^2-R(v)); %Elevación de la catenaria en el centro del vano (mm).

    PA(v)=F1+K2*v^2+R(v); %Fuerza sobre la catenaria en el apoyo de los postes (kg).

    PC(v)=F1+K2*v^2-R(v); %Fuerza sobre la catenaria en el centro del vano (kg).

    velocidad(v)=v;

end

FA=(9.8.*PA)/10; %Fuerza sobre la catenaria en el apoyo de los postes (daN).

FC=(9.8.*PC)/10; %Fuerza sobre la catenaria en el centro del vano (daN).
```

```
fa=sparse(FA);  
fc=sparse(FC);  
hA=sparse(HA);  
vmaxa=max(hA)+50; %Límite superior de la elevación en la representación gráfica.  
hC=sparse(HC);  
vmaxc=max(hC)+50; %Límite superior de la elevación en la representación gráfica.  
subplot(2,2,1), plot(HA,'r')  
xlabel('VELOCIDAD (km/h)')  
ylabel('ELEVACIÓN (mm)')  
axis([v1, v2, 0, vmaxa])  
subplot(2,2,2), plot(HC,'g')  
axis([v1, v2, 0, vmaxc])  
xlabel('VELOCIDAD (km/h)')  
ylabel('ELEVACIÓN (mm)')  
subplot(2,2,3), plot (FA,'k')  
xlabel('VELOCIDAD (km/h)')  
ylabel('FUERZA (daN)')  
axis([v1, v2, 0, fm])  
subplot(2,2,4), plot (FC,'b')  
xlabel('VELOCIDAD (km/h)')  
ylabel('FUERZA (daN)')  
axis([v1, v2, 0, fm])
```

CAPÍTULO 15.
GLOSARIO.

ADIF: *Administrador de Infraestructuras Ferroviarias.*

AVE: *Alta Velocidad Española.*

DB: *Deutsche Bundesbahn*, ferrocarriles alemanes.

FS: *Ferrovie dello Stato*, ferrocarriles italianos.

Gálibo: Se define el gálibo ferroviario como el contorno de referencia y la normativa asociada que han de cumplir los ferrocarriles e infraestructuras para poder circular en condiciones de seguridad sin peligro de contacto accidentales entre elementos de ambos sistemas.

ICE – V: *Intercity Express – Versuch*, Intercity Express – Experimental.

RENFE: *Red Nacional de Ferrocarriles Españoles.*

SNCF: *Société Nationale des Chemins de Fer Français*, ferrocarriles franceses.

TGV: *Train à Grande Vitesse*, tren de alta velocidad, Francia.

UIC: *Union Internationale des Chemins de Fer*: asociación mundial para la cooperación entre los principales actores del sector ferroviario internacional.

UT: *Unidad de tren.*

CAPÍTULO 16.
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.

- [1] Justo Arenillas Melendo, “Dos siglos de tracción y cuatro décadas de alta velocidad”, Revista “Paso a Nivel”, número 14.
- [2] Julio Álvarez Rodríguez: “Ingeniería Ferroviaria, Tomo II”, Ed: Juan de la Cuesta, 2010.
- [3] “Betriebssysteme Elektrischer Bahnen” (Sistemas Operativos de Ferrocarriles Eléctricos). Institut für Land- und seeverkehr, Marzo 1999, Berlín.
- [4] <http://www.railfaneurope.net/>, Acceso Febrero – Mayo 2010.
- [5] www.deutsches-museum.de, “Deutsches Museum” – Historia de la Técnica, Múnich.
- [6] “Proyecto de instalación de Catenaria Rígida y Actuaciones Complementarios en los Túneles Urbanos de Cercanías de Barcelona”, Ministerio de Fomento, 2008.
- [7] José Conrado Martínez Acevedo, “Documentos de Formación Ferroviaria, La Electrificación Ferroviaria”, GIF, Julio 2002.
- [8] Fernando Oliveros Rives: “Tratado de ferrocarriles II: Ingeniería civil e instalaciones”, Ed: Rueda, 1980.
- [9] “Línea aérea de contacto: Componentes básicos y Puntos Críticos”, Dirección Técnica de Mantenimiento e Infraestructura, RENFE, 2004.
- [10] Jean-Marc Allenbach & Pierre Chapas, “Traction Electrique, Le Captage”, 2006.
- [11] “Sistemas de catenaria ferroviaria, componentes y sistemas”, Documentación empresa Pfisterer, www.pfisterer.com, Acceso Febrero – Mayo 2010.
- [12] L. Endt, “La coordinación entre el pantógrafo y la catenaria: aspectos internacionales”, U.I.C, Office de Recherches et d’Essais, Utrech, 1991.
- [13] “Captation du courant à grande vitesse et problèmes de la caténaire et du pantographe”, U.I.C Symposium des grandes vitesses, Vienne 1968.
- [14] “Desarrollo de la línea de contacto con suspensión catenaria Re250 para las nuevas líneas de alta velocidad de Deutsche Bundesbahn”, Siemens AG, Munchen, 1991.
- [15] “Experiencias con los aisladores compuestos de silicona en el suministro de corriente de tracción”, M. Kocher, Berner Alpenbahn, Berna y K.O. Papailiou, SEFAG AG, Malers, 1991.
- [16] “Tensorex: Para una compensación mecánica constante de la línea de contacto y el cable sustentador en el trayecto ferroviario”, Documentación empresa Pfisterer, www.pfisterer.com, Acceso Febrero – Mayo 2010.

- [17] “Datos técnicos: Aisladores de silicona SILCOSIL”, Documentación empresa Pfisterer, www.pfisterer.com, Acceso Febrero – Mayo 2010.
- [18] José Ramón Suárez, “Captación de corriente a alta velocidad”, Revista “Carril”, enero 1991.
- [19] “Electrificación e instalaciones de seguridad y comunicaciones”, Estudio informativo de integración del ferrocarril en Sant Feliu de Llobregat.
- [20] “Instalaciones de seguridad, comunicaciones y electrificación”, Estudio informativo del Proyecto de la variante sur ferroviaria de Bilbao, Fase 1/1.000.
- [21] “El cálculo de la elasticidad estática de suspensiones catenarias de cualquier tipo”, K. E. Buck, U. von Bodisco y K. Winkler, Centro de Investigación ABB, Heidelberg, 1991.
- [22] “Norma técnica sobre ensayos de captación de corriente en la línea para pantógrafos de nuevo tipo”, Dirección técnica, RENFE, 1989.
- [23] “Norma técnica: Homologación de pantógrafos para catenarias de 3.000 V y velocidad alta”, RENFE, Mantenimiento integral de trenes, 1997.
- [24] “Norma técnica de mantenimiento, Pantógrafo AM 32 AV, Furgón Generador DG9 60 71 9908 459-3.
- [25] Ignacio Arriola, Roberto Ciordia, “Pantógrafos de alta velocidad y de alta intensidad de captación”, General Eléctrica Española, 1981.
- [26] “Norma técnica de mantenimiento, Pantógrafo AM 32 AV”, Dirección general de Grandes líneas, Dirección de Material, RENFE, 2004.
- [27] Wolfgang Harprecht, Friedrich Kiessling, Reinhard Seifert, “406,9 km/h, Captación de corriente durante las pruebas de obtención del récord mundial de velocidad del tren ICE”, Revista “Elektrische Bahnen”, cuaderno 9/98.
- [28] “Pruebas de la línea de contacto con suspensión catenaria Re250 de Deutsche Bundesbahn”, Bundesbahn – Versuchsanstalt, München. 1991.
- [29] S. Bartels, W. Herbert, Dornier GmbH, Friedrichshafen, “Los pantógrafos de alta velocidad para el ICE”, Bundesbahn – Versuchsanstalt, München.
- [30] Apuntes “Ingeniería Estructural”, 4º Curso de Ingeniería Industrial, UC3M, 2009-2010.
- [31] “La toma de corriente con pantógrafos de alta velocidad”, J. J. Mallard, Faiveley Transport, París, 1991.
- [32] “High Speed pantographs enter new territory”, International Railway Journal, 1992.

- [33] “Simulación del comportamiento dinámico de líneas de contacto y pantógrafos a velocidades altas”, U. Resch, AEG Westinghouse Transport – Systeme GmbH, Frankfurt, 1991.
- [34] Vídeo “Mesure d’efforts de contact entre pantographe et caténaire”, P. Delfosse, B. Sauvestre, Direction du Matériel de la S.N.C.F, Avril 1983.
- [35] “Pantógrafos para ferrocarriles de corriente continua”, C. Bianchi, G. Tacci, Ente Ferrovie dello Stato (FS), Firenze, 1992.
- [36] “Pantographe T.G.V”, Centre Audiovisuel SNCF, 1978.
- [37] <http://www.trainweb.org/tgvpages/tgvindex.html>, Acceso Febrero – Mayo 2010.
- [38] <http://www.faiveley.fr>, Acceso Febrero – Mayo 2010.
- [39] “CARBON SLIDING CONTACTS, for main line, suburban and urban transit systems”, Groupe Carbone Lorraine. www.CARBONELORRAINE.com, Acceso Febrero – Mayo 2010.
- [40] “Electrificación Línea de Alta Velocidad Madrid – Sevilla, Energía & Interoperabilidad”, Manuel Olea Márquez de Prado.
- [41] “An Instrumented Pantograph for High Speed, Current Collection Measurements”
P. Keen, R Phillpotts, S Conway, Delta Rail.
- [42] “Schunk Bahn- und Industrietechnik”, Documentación Empresa Schunk, www.schunk-group.com, Acceso Febrero – Mayo 2010.
- [43] “CALCULATION OF THE CROSSWIND DISPLACEMENT OF PANTOGRAPHS”, A. Bouferrouk*, C. J. Baker, M. Sterling, School of Civil Engineering, The University of Birmingham, Edgbaston, Birmingham. 2008.
- [44] M^a Pilar Martín Cañizares, “Vehículos Auscultadores”, Revista “Vía Libre”, noviembre 2008.
- [45] www.transport.alstom.com, Documentación Tren AGV, Acceso Febrero – Mayo 2010.
- [46] “A Mathematical Model of the Pantograph-Catenary Dynamic Interaction with Several Contact Wires”, J. Benet, A. Alberto, E. Arias, T. Rojo, International Journal of Applied Mathematics, (Advance online publication: 17 November 2007).
- [47] “SALTO - MECHANICAL MODULE FOR HIGH CURRENT COLLECTION AT STANDSTILL”,
<http://www.faiveley.fr>, Acceso Febrero – Mayo 2010.
- [48] Vídeo “Interacción Pantógrafo – Catenaria a velocidad máxima 200 km/h”, Dirección de Ingeniería y Equipamiento de Instalaciones Fijas, Ingeniería de Instalaciones: Electrificación. RENFE, Abril 1987.

- [49] “Transmisión de energía en los recorridos de 400 km/h con el tren IC-Experimental de Deutsche Bundesbahn”, F. Kiessling, Siemens AG, Bundesbahn – Versuchsanstalt, München. 1991.
- [50] “Línea de contacto para la línea de alta velocidad Madrid – Sevilla”, A. Uyanik, Siemens Ag, Área Técnica de Tráfico, Erlangen. 1991.
- [51] “CX - THE PILOTED PANTOGRAPH SYSTEM FOR OPTIMAL CURRENT COLLECTION”,
<http://www.faiveley.fr>, Acceso Febrero – Mayo 2010.
- [52] “Effect of impregnated carbon on contact wire lifetime. Comparative wear test son plain carbon and impregnated carbon collector strips”. G. Bucca, A. Collina, E. Tanzi. Politecnico di Milano, Noviembre 2009.
- [53] Apuntes “Mecánica Técnica”, 2º Curso de Ingeniería Industrial, UC3M, 2009-2010.
- [54] “Análisis mediante elementos finitos del acoplamiento dinámico catenaria-pantógrafo”. CEDEX. J. A. Fernández Merodo. 1998.
- [55] “Solution of nonlinear second-order pantograph equations via differential transformation method”, N.Abazari, R. Abazari, World Academy of Science, Engineering and Technology 58 2009.
- [56] Apuntes “Elasticidad y Resistencia de Materiales I”, 3º Curso de Ingeniería Industrial, UC3M, 2009-2010.
- [57] “Análisis dinámico tridimensional del sistema catenaria – pantógrafo en líneas ferroviarias de Alta Velocidad (350 km/h)”, J. García de Jalón, F. Jorreto Marcos. UPM, 2010.
- [58] Kumaniecka A., 2004, “Problems of modelling of the catenary-pantograph system”, Proc. X Workshop PTSK Simulation in Researches and Development, Cracow, 167-174.
- [59] “ESTUDIO E IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS MATEMÁTICOS PARA SIMULACIONES DINÁMICAS DEL SISTEMA CATENARIA-PANTÓGRAFO”, Universidad Pontificia Comillas, ICAI, 2007.
- [60] “ANEJO Nº 11, ELECTRIFICACIÓN E INSTALACIONES DE SEGURIDAD Y COMUNICACIONES”, ESTUDIO INFORMATIVO DE INTEGRACIÓN DEL FERROCARRIL EN SANT FELIU DE LLOBREGAT. (BARCELONA), (Catenaria CR160). Octubre 2008.
- [61] “ANEJO Nº4: DEFINICIÓN DE LAS OPCIONES ESTUDIADAS. 4.11. INSTALACIONES DE SEGURIDAD, COMUNICACIONES Y ELECTRIFICACIÓN”, ESTUDIO INFORMATIVO DEL PROYECTO DE LA VARIANTE SUR FERROVIARIA DE BILBAO. FASE 1/1.000. (Catenaria CR220).
- [62] “SOME CONSIDERATIONS ON THE AERODYNAMICS OF HIGH SPEED PANTOGRAPH: CFD AND

- WIND TUNNEL TESTS”, R. Gregoire*, A. Collina. VI International Colloquium on:
Bluff Bodies Aerodynamics & Applications. Milano, Italy, July, 20-24 2008
- [63] “High-speed rail pantograph control system design”, Punit Bandi, May 1, 2009.
- [64] “Técnicas computacionales aplicadas al estudio del sistema de captación de energía en sistemas ferroviarios”, Universidad Pontificia Comillas, ICAI, 2007.
- [65] Apuntes “Mecánica Industrial”, 2º Curso de Ingeniería Técnica Industrial Mecánica, UC3M, 2009-2010.
- [66] Apuntes “Elementos de máquinas y vibraciones”, 3º Curso de Ingeniería Industrial, UNAV.
- [67] “PANTÓGRAFO DE SEMITIJERA Modelo: WBL 85-12”, Descripción Manual de Mantenimiento y Funcionamiento Piezas de Repuesto. Schunk Ibérica, 2005.
- [68] “MANUAL DESCRIPTIVO U.T. CIVIA II”, Renfe Cercanías, Dirección de Trenes, 2007.
- [69] “NORMA TÉCNICA DE MANTENIMIENTO, PANTÓGRAFO”, U.T. Civia (CAF – SIEMENS). CAF, 2007.
- [70] “NORMA TÉCNICA DE MANTENIMIENTO, PANTÓGRAFO”, TREN AVE S/102.001 a 016, Renfe Alta Velocidad, 2005
- [71] “Relazione prova: ETR Y 500. Captazione di corrente ad A.V. Pantografi ATR 90 – SBD 89”. Servizio Materiale Rotabile. Ferrovie Dello Stato (FS). Settembre 1993.
- [72] “Studio dell’ interazione dinamica pantografi – catenaria con programa di simulazione agli elementi finiti. Verifiche sperimentali”. C. Bianchi, G. Tacci, A. Vandì. Divisione Tecnologie FS. 1991.
- [73] “CATENARIA DE ALTA VELOCIDAD - Algunos Aspectos Tecnológicos. SOLUCIÓN AE-350”. Alstom – Electren, Junio 2004.
- [78] Justo Arenillas Melendo, “Trenes de alta velocidad”, Foro del Ferrocarril y del Transporte, Madrid, Marzo 2005.

